T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI

MEGEP

(MESLEKÎ EĞİTİM VE ÖĞRETİM SİSTEMİNİN GÜÇLENDİRİLMESİ PROJESİ)

PAZARLAMA VE PERAKENDE

İSTATİSTİK

ANKARA 2006

Milli Eğitim Bakanlığı tarafından geliştirilen modüller;

- Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 02.06.2006 tarih ve 269 sayılı Kararı ile onaylanan, Mesleki ve Teknik Eğitim Okul ve Kurumlarında kademeli olarak yaygınlaştırılan 42 alan ve 192 dala ait çerçeve öğretim programlarında amaçlanan mesleki yeterlikleri kazandırmaya yönelik geliştirilmiş öğretim materyalleridir (Ders Notlarıdır).
- Modüller, bireylere mesleki yeterlik kazandırmak ve bireysel öğrenmeye rehberlik etmek amacıyla öğrenme materyali olarak hazırlanmış, denenmek ve geliştirilmek üzere Mesleki ve Teknik Eğitim Okul ve Kurumlarında uygulanmaya başlanmıştır.
- Modüller teknolojik gelişmelere paralel olarak, amaçlanan yeterliği kazandırmak koşulu ile eğitim öğretim sırasında geliştirilebilir ve yapılması önerilen değişiklikler Bakanlıkta ilgili birime bildirilir.
- Örgün ve yaygın eğitim kurumları, işletmeler ve kendi kendine mesleki yeterlik kazanmak isteyen bireyler modüllere internet üzerinden ulaşılabilirler.
- Basılmış modüller, eğitim kurumlarında öğrencilere ücretsiz olarak dağıtılır.
- Modüller hiçbir şekilde ticari amaçla kullanılamaz ve ücret karşılığında satılamaz.

İÇİNDEKİLER

AÇIKLAMALAR

KOD	**460MI0011**
ALAN	**Pazarlama ve Perakende**
DAL/MESLEK	**Alan Ortak**
MODÜLÜN ADI	**İstatistik**
MODÜLÜN TANIMI	İstatistikî bilgilerin toplanması, düzenlenmesi, değerlendirilerek bu bilgilerden sonuç çıkarma işlemlerinin anlatıldığı öğrenme materyalidir.
SÜRE	40/32
ÖN KOŞUL	
YETERLİK	İstatistik yöntemlerini uygulamak.
MODÜLÜN AMACI	**Genel Amaç** Ürünle ilgili yapılacak araştırmalara istatistik analiz yöntemlerini uygulayabileceksiniz. **Amaçlar** ➢ İş ile ilgili istatistikî bilgileri toplayabileceksiniz. ➢ Toplanan istatistikî bilgileri düzenleyebileceksiniz. ➢ Toplanan istatistikî bilgileri değerlendirebileceksiniz. ➢ Toplanan istatistikî bilgilerin sonuçlarını uygulayabileceksiniz.
EĞİTİM ÖĞRETİM ORTAMLARI VE DONANIMLARI	**Ortam:** Sınıf ortamı, bilgisayar laboratuarı. **Donanım:** Hesap makinesi, bilgisayar, SPS programı, logaritma,
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	Her öğrenme faaliyeti sonunda modülde verilen ölçme araçları ile ulaştığınız bilgi düzeyinizi kendiniz değerlendireceksiniz. Modül sonunda ise kazandığınız bilgi ve becerileri belirlemek amacıyla öğretmeniniz tarafından hazırlanacak bir ölçme aracıyla değerlendirileceksiniz.

GİRİŞ

Sevgili Öğrenci,

İstatistik de tüm diğer bilim dalları gibi olayları konu alır. Olay varsa istatistik vardır. Ancak her olay da istatistiğin konusu olmaz. İstatistik yığın olaylarla ilgilenir. Yığın olay, bir olaylar kümesinde tek bir olayın diğerlerini, bağlı olarak da ait olduğu kümeyi temsil edemeyen olaylardır. Eğer bir olaylar kümesinde tek bir olay, tüm olaylar kümesini temsil edebiliyorsa, bu tür olaylara tipik olay denir. Ancak istatistik tipik olaylarla ilgilenmez.

Modül, mesleğinizin, şimdiki ve gelecekteki gelişiminin en önemli unsurlarından biridir. Sizin bu satırları okurken bile bu alanda yüzlerce değişme ve gelişme olmaktadır. Eğer söylediklerimizi ölçebilir veya rakamlandırabiliyorsanız söylediğiniz şeyler hakkında bir şeyler biliyorsunuz demektir.

Bu modülü tamamladığınızda tercih ettiğiniz meslekle ilgili önemli bir aşama kaydedeceksiniz.

Bu modülle; istatistikî analız yöntemlerinin iş piyasasındaki önemini ve piyasadaki verileri yorumlayarak bir sonuç çıkarmayı kavrayacaksınız.

Kavradıklarınız, iş hayatınızdaki verileri analiz noktasında sizi bir adım öne taşıyacak. Piyasa verilerini dikkatli bir şekilde analiz ederek yorumlayabileceksiniz.

.

ÖĞRENME FAALİYETİ-1

AMAÇ

Pazarlama alanında ürün ile ilgili yapılacak araştırmalarda istatistik analiz yöntemlerini kullanarak araştırılan ürün ile ilgili tahminlerde bulunup satacağımız ürünün piyasadaki durumuna ve gelecekte pazarlayacağımız ürünün durumu konusunda bilgilere ulaşabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Bu faaliyet öncesinde yapmanız gereken öncelikli araştırmalar şunlardır:
- Şirketlerin kullanmış oldukları istatistikî analiz yöntemlerini araştırınız ve gazetelerdeki verileri yorumlayarak elde ettiğiniz sonuçları sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

1. İSTATİSTİK

1.1. İstatistiğin Tanımı ve Anlamı

İstatistik çeşitli anlamlarda kullanılmıştır, istatistik sözcüğünün kökü hakkında çeşitli görüşler vardır.

Bugün istatistik üç anlamda kullanılmaktadır.

1.1.1. Tekil Anlamda İstatistik

Sayısal gerçeklerin toplanması, düzene konulması, analiz ve yorumunun yapılması ile uğraşan bir metottur.

İstatistik dilinde, sayısal gerçeklere ya da kısaca sayılara veri denir.

İstatistikî işlemler için verilerin toplanması, toplanmış verilerden kolayca mantıklı sonuçlar çıkarabilmek için verileri belirli biçimlerde gruplanmasıdır

1.1.2. Çoğul Anlamda İstatistik

Sistemli bir şekilde toplanan sayısal gerçekleri ifade eder. Bu sayısal gerçeklere, (nüfus sayımı, tarım sayımı, bina sayımı) ya da anket (ücret anketi, fiyat anketi, iş gücü anketi vb.) sonuçlarını gösteren verilerdir.

1.1.3. Parametrenin Tahmini Sonucu İstatistik

Parametre, istatistik teriminin en yeni anlamıdır.

- Yığın(Population): Gözlem alanında bulunan bireylerin tümüne denir. İstatistiki bireylerin iki özelliğe sahip olması gerekir;
  - İstatistikî bireyleri sayılmaya, tartılmaya ve ölçülmeye elverişli olmalıdır.
  - İstatistikî bireyler aynı türden olmalıdır.
- Parametre: Yığındaki bireylerin tamamının sayılması, tartılması, ölçülmesi sonucunda bulunan sayılara dayanarak hesaplanan karakteristik değerlere denir.
- Örnekleme(Sampling): Bir yığından, belirli kurallara göre seçilen bireylerin oluşturduğu kümeye örnek; belirli kurallara göre seçme işine örnekleme denir.
- İstatistik: Örneklerin sayılması sonucunda sağlanan sayılara dayanarak hesaplanan karakteristik değerlere denir.

Yığın; gözlemin amacına göre küçülebilir, büyüyebilir, daralabilir ya da genişleyebilir. Sözgelimi, bir araştırmacı için lise öğrenceleri bir yığındır. Diğeri için İstanbul'da yüksek öğrenim yapıp da yurtta kalan öğrenciler bir yığındır. Bir başkası için meslek liselerindeki erkek öğrenciler bir yığındır.

Yığını karakterize eden; aritmetik ortalama, standart sapma, momentler, korelasyon kat sayısı vb. birer parametredir.

Yığının ya da ana kitlenin sayılması çok masraflı ve zaman alıcı bir iştir. Bundan dolayı, yığından belirli kurallara göre bazı örnekler alınır ve bu örneklerin, yığını temsil ettiği var sayılır. Örnekleri karakterize eden aritmetik ortalama, standart sapma, korelasyon kat sayısı, momentler gibi özet ölçüler birer istatistiktir. Araştırıcı, örnekten sağladığı bilgiler dayanarak yığın hakkında tahminlerde bulunur, ve yığını kavramaya çalışır.

- İstatistikî tahmin: Örnek istatistiklerden yığının parametrelerini tahmin etme işlemine denir.
-

Örnekleme metotlarının amacı, saptanan "örnek istatistiklerden, yığının parametrelerini" az masrafla ve gecikmeden tahmin etmektir. Tahminlerin doğruluğu ve güven sınırları testlerle anlaşılır.

Karakteristik ölçümlerin birer sembolle gösterilmesi geleneği vardır. Yığının parametrelerini örnek istatistiklerden ayırmak için farkı semboller kullanılır. Genellikle uygulamada, parametreler Grek harfleri ile istatistikler ise Latin harfleri ile gösterilir.

Yığın ortalaması	: μ
Örneğin ortalaması	: $\overline{X}$
Yığının standart sapması	: σ
Örneğin standart sapması	: s
Yığınların korelasyon kat sayısı	: ρ
Örneklerin korelasyon kat sayısı	: r

1.1.4. İstatistiğin Önemi

Verilerin toplanmasıyla devlet ile istatistik arasındaki sıkı ilgi, ilk çağlardan beri devam etmektedir. Devletler, alacakları önlemlerin isabetini sağlamak ve uygulama sonuçlarını denetlemek için sağlık ve sürekli istatistikler toplama çabasındadır.

Günlük gazetelere göz atıldığında, sayısal gerçeklerle sık sık karşılaşılmaktadır. İstatistik, insanları, genel kültürleri ve kişisel çıkarları yönündün yakından ilgilendirir. İstatistik, çevrede olup bitenleri kavrama ve bunları başkalarına anlatmada yardımcıdır.

Lorda Kelvin'in "Eğer söylediklerinizi ölçebilir ve rakamlarla ifade edebilirseniz, onlar hakkında bir şeyler biliyorsunuz demektir, aksi halde bilgileriniz zayıf ve tatminkar değildi." Sözü bu nedenle çok önemlidir.

İstatistikî çalışmalarda bir konuya dikkat etmek gerekir. Hiçbir istatistik metodu, kedin başına hatalara ya da yanlış sonuçlandırmalara karşı garanti veremez. Bu nedenle, orijinal veriler sağlıklı olmalıdır. Metot, yerinde ve uzman kişilerce kullanılmalıdır. Sonuçlar da sadece istatistik metotlarından anlayanlarca değil; aynı zamanda incelediği konuyu çok iyi bilen kişilerce yorumlanmalıdır.

Öte yandan, her rakama kesin gözüyle bakmamak gerekir. Aynı rakamı çeşitli sonuçlar çıkaracak şekilde ve abartarak yorumlayabiliriz. Rakamlar, iki yönü keskin bir kılıca benzer. İstenen yöne doğru çekilerek yorumlar yapılabilir.

İstatistiğin eğitiminin amacı, sayıların hatalı ve doğru yönlerini bilerek gerçeği ortaya seren kişiler yetiştirmektir.

1.1.5. İstatistiğin Diğer Bilimlerle İlişkisi

Yaşamımız üzerindeki etkileri bakımından ekonomi ile istatistiğin ilişkisini özetlemekte yarar vardır. Ekonomik olaylar sayısal göstergelerle ölçülür. Sayısal göstergeler olmadan ekonomiden bahsedilemez.

İstatistiklerden anlam çıkarmayı bilmeyen bir ekonomistin düşünülemez mümkün değildir.

Yığın olaylarını inceleyen ekonomi bilimi, verileri istatistikten alır. İstatistik, ekonomik teorilerin açıklanmasında yardımcı ve bunların ispatında bir araçtır. Ücretler, fiyatlar, iç ve dış ticaret, sınaî ve ziraî üretim, ulaştırma gibi ekonomik olayları incelerken elimizde istatistik bulunmazsa, ifadelerimiz yetersiz kalır. "Ülkemizde enflasyon var mıdır? İthalat ile ihracat arasındaki fark olumlumudur olumsuz mudur? "gibi soruların cevabını, istatistik biliminden faydalanmadan söylenemez.

Bugün devlet, ekonomik devlet durumuna getirilmiştir. Gerçekten ekonomik devlet, alacağı ekonomik önlemlerin isabetini sağlamak ve uygulama sonuçların denetlemek için sağlıklı ve sürekli istatistikler derleyip onları uzman ekonomist istatistikçilere yorumlatır.

İstatistiğin amacı sadece herhangi bir bilimde değil, tüm bilimlerce (fizik, biyoloji, tıp, ekonomi, eğitim vb.) kullanılabilir sayısal değerler vermektir.

İstatistik faaliyetleri genel hatlarıyla iki ana grupta toplanır:

- Matematiksel istatistik
- Uygulamalı İstatistik

Matematiksel istatistikçi, yeni teoriler geliştirerek bunu pratik problemlerle birleştirir. Uygulamalı istatistikçi ise diğer alanlarda (tıpta, mühendislikte, eczacılıkta, ekonomide, sosyolojide vb.) karşılaştığı problemlerde uygun istatistik yöntemlerini seçmek ve bunları en iyi şekilde kullanmak zorundadır. Bunun için de bazen veri toplayarak bazen bir örnekleme çalışmasına katılarak bazen de istatistiksel kalite kontrolü yaparak problemlere çözüm getirir.

İstatistik yöntemler, istatistiğin tanımında da verildiği gibi sayısal bilgileri toplama, düzenleme (tablo ve grafiklerle ilgililere sunma), analiz yapma ve yorumlama işlemleriyle uğraşır. Bir istatistikçi hem matematiksel hem de uygulamalı istatistiği bilmek zorundadır. Anca böylece, kamu ve özel kesime, sanayiye, endüstriye, akademik kuruluşlara vb. yararlı olabilir.

1.2. İstatistik Bilgilerinin Toplanması

1.2.1. Röleve, Birim (Ünite), İndis ve Önemleri

1.2.1.1. Röleve

Röleve sözcüğü Fransızcadaki “röleve” sözcüğü ile aynı anlamdadır. Türkçe karşılığı “derleme” demektir. Bilindiği gibi istatistiğin konusu, yığın olayları incelemek ve ayrıştırmaktır. Bunun için önce olayın kavranabilmesi amacıyla gözlem yaparak işe başlanır. Üzerinde çalışılacak konuya ilişkin eleman diğerlerinin ölçülmesi, tartılması ya da sayılması gerekir. Bu evreye, bilgilerin toplanması anlamına gelen derleme ya da röleve denir.

1.2.1.1.1. Röleve Çeşitleri ve Uygulama Şekilleri

Rölevelerin uygulama biçimleri iki türlüdür.

- Ani ve devamlı röleveler

İstatistik olaylar, ömür süreleri itibarıyla ani ve devamlı olarak ikiye ayrılır. Devamlı olaylar, bir zaman süreci içinde herhangi bir anda gözlenebilen olaylardır. Buna karşı ani olaylar, herhangi bir anda olup biten olaylardır. Örneğin; ölüm, doğum gibi.

Ömür süreleri bakımından farklı olan bu olaylar için ayrı ayrı röleveler uygulama zorunluluğu vardır. Kural olarak ani olaylar için devamlı röleveler, devamlı olaylar için ise ani röleveler uygulanır.

- Genel ve kısmi röleveler

İncelemek istenen yığının tamamının gözleme tabi tutulmasına genel röleve denir. Örneğin; bir ülkedeki bütün insanları, bisikletleri, evleri inceleme biçimlerine genel röleve denir.

İncelenerek sadece bunların gözleme tabi tutulması işlemine kısmi röleve denir. Örneğin; bir ülkedeki bütün öğrencileri değil de bunların %10'unu seçip gözleme tabi tutma işine kısmi röleve denir.

1.2.1.2. Birim

İstatistik olaylarının incelenmesinde önemli bir yeri olan birim, inceleme ve gözleme konu olarak alınan ortak olaylardan her biridir. Örneğin; öğrencilerle ile ilgili çalışmalarda birim, öğrencidir. Nüfus ile ilgili çalışmalarda birim insandır.

1.2.1.2.1. Birim Çeşitleri

- Maddi ve maddi olmayan birimler

Araba, bina, insan vb. birimler maddi evlilik, boşanma, ölüm, sevgi gibi birimler maddi olmayan birimlerdir.

- Devamlı ve ani birimler

İnsan, bina, araba, bitki gibi birimler devamlıdır. Ölüm, doğum gibi birimlere ani birimlerdir.

- Bağımsız ve bağımlı birimler

Durumları itibarıyla bütünlük oluşturan birimlere bağımsız birim denir. Örnek; araba, ev, masa… Bağımlı birimler ise bütünlük oluşturmaz. Bu nedenle bu tür birimlere “ayrık” birim de denir. Örneğin; dakika, saniye Bunlar birleşince saat diliminde bir zamanı oluşturur.

- Gerçek ve varsayımsal birimler

Fiilen var olan birimler (masa, sandalye, sıra) gerçek birimler, fiilen olmayan birimlere ise (hedefine atılan bir okun hedefi vurup vurmamasının gözlenmesi) varsayımsal birim denir.

1.2.1.3. İndis

İstatistik olayları incelerken birim ne kadar önemli ise indis de o kadar önemlidir. İndis; hangi değerin, birimin hangi öğesine ilişkin olduğunu belirler. Örneğin; bir gruptaki öğrenciler üzerinde yapılan bir çalışmada birim, öğrencidir Hangi değerin hangi öğrenciye ilişkin olduğunun göstergesi ise “indis” ile belirlenir. İndis=7 ise bunun anlamı, 7. Öğrencinin sahip olduğu değer; indis=9 ise bunun anlamı, 9. Öğrencinin sahip olduğu değer demektir.

UYGULAMA FAALİYETİ

➢ İstatistiğin tanımını yapınız.	➢ İstatistiğin tanımını yapmak için istatistiğin tanımı ve anlamı kısmını okuyunuz.
➢ İstatistiğin ekonomik açıdan önemini maddeler halinde sayınız.	➢ İstatistiğin diğer bölümlerler ilişkisi kısmını okuyunuz.
➢ Röleveleri anlatınız.	➢ Röleveler kısmını okuyunuz.
➢ Röleve çeşitlerini sayınız.	➢ Röleve çeşitleri kısmını okuyunuz.
➢ Birimi anlatınız.	➢ Birim kısmını okuyunuz.
➢ Birim çeşitlerini sayınız.	➢ Birim çeşitleri kısmını okuyunuz.
➢ İndisi anlatınız.	➢ İndis kısmını okuyunuz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

OBJEKTİF TESTELER

Bu faaliyet sonunda hangi bilgileri kazandığınızı, aşağıdaki soruları cevaplayarak. belirleyiniz.

1. Sayısal gerçeklere verilen ad nedir?
   A) İstatistik
   B) Parametre
   C) Yığın
   D) Veri

2. Bir yığından belirli kurallara göre seçilen bireylerin oluşturduğu kümeye ne ad verilir?
   A) İstatistikî tahmin
   B) Örnekleme
   C) Veri
   D) Yığın

3. Ölü ve doğum gibi olaylar hangi röleve çeşidinin konusunu oluşturur?
   A) Devamlı röleveler
   B) Ani röleveler
   C) Külli röleveler
   D) Kısmi röleveler

4. Aşağıdakilerden hangisi maddi olmayan birimin konusunu oluşturur.?.
   A) Evlilik
   B) İnsan
   C) Ağaç
   D) Ev

5. Bir okulda yapılan araştırma sonucunda indis=22 bulunmasının anlamı nedir?
   A) Hiçbir anlamı yoktur
   B) 22 öğrenci olduğunu gösterir
   C) 22. öğrencinin sahip olduğu değeri gösterir.
   D) Bir köy okulu olduğunu gösterir.

Cevaplarınızı modülün sonundaki cevap anahtarı ile karşılaştırınız.

Performans Değerlendirme

Değerlendirme Kriterleri	Evet	Hayır
➢ Sayılabilen, ölçülebilen ve aynı türden bireyleri bir araya getirerek bir yığın oluşturdunuz mu?		
➢ Yığın içinden belirli kurlarla göre bireyler seçerek bir örnekleme oluşturdunuz mu?		
➢ Çevrenizde meydana gelen olaylar içinde ani ve devamlı röleveleri tespit ettiniz mi?		

Değerlendirme

Cevaplarınızı modülün sonundaki cevap anahtarı ile karşılaştırınız. Doğru cevap sayınızı belirleyerek kendinizi değerlendiriniz. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt yaşadığınız sorularla ilgili konuları faaliyete dönerek tekrar inceleyiniz.

Tüm sorulara evet cevap verdiyseniz diğer faaliyete geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-2

AMAÇ

Pazarlama alanında ürün ile ilgili yapılacak araştırmalarda istatistik analiz yöntemlerini kullanarak araştırılan ürün ile ilgili tahminlerde bulunup satacağınız ürünün piyasadaki durumuna ve gelecekte pazarlayacağımız ürünün durumu konusunda bilgilere ulaşabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Bu faaliyet öncesinde yapmanız gereken öncelikli araştırmalar şunlardır:
- Şirketlerin kullanmış oldukları istatistikî analiz yöntemlerini araştırın ve gazetelerde ki verileri yorumlayarak elde ettiğiniz sonuçları sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

2. TOPLANAN BİLGİLERİN DÜZENLENMESİ

2.1. Röleve Sonuçlarının Ayrımı

Toplanan verileri düzene koymada, tablo ve grafikler önemli rol oynar. Daha önceden toplanan ve karmaşık durumda bulunan verileri, tablo durumuna getirerek okuyucuya sunmak büyük kolaylıklar sağlar. Verileri tablo halinde sunmadan önce bazı kavramları öğrenmekte yarar vardır.

İstatistikî gözlem: Yığın olayları oluşturan bireylerin ve bunların özelliklerinin tek tek kaydedilmesine istatistikî gözlem (röleve) denir.

Veri: İstatistik gözlem sonucunda elde edilen sayılara denir.

Seri: Verilerin oluşturduğu sayı kümesine denir.

İlkel seri: Verilerin küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe doğru dizilmesi suretiyle elde edilen seriye denir.

2.2. İstatistik Dizisi

2.2.1. Basit Diziler

Bireylere ilişkin verilerin rasgele dizilmesi suretiyle elde edilen diziye basit dizi denir.

Örnek: Bir ilköğretim okulundaki 40 öğrencinin kütleleri Tablo 1.1 ve 1.2'deki gibidir:

Basit dizi(kg)

53	45	45	45
49	49	47	45
23	23	25	36
23	25	27	36
29	25	27	37
32	32	32	39
37	36	32	39
38	38	41	39
38	39	41	41
49	39	47	41

Tablo 1.1: Basit dizi

İlkel seri

23	32	38	45
23	32	39	45
23	32	39	45
25	36	39	45
25	36	39	47
25	36	39	47
27	37	41	49
27	37	41	49
29	38	41	49
32	38	41	53

Tablo 1.2: İlkel seri

2.2.2. Yoğunlaştırılmış Diziler

Basit dizilerde gördüğümüz gibi birbirinin aynı olan sayılar defalarca yazılmıştır. Eğer izlediğimiz çok büyük bir grupsa bu kadar veriyi kolayca izleyemeyiz. Bundan dolayı seri hakkında sağlıklı bir düşünceye varamayız. Yoğunlaştırılmış dizilerde tekrar eden sayılar defalarca yazılmak yerine hangi sayının kaç defa tekrar ettiği sayının yanına yazılır. Böylece seriyi inceleme zamanı kısalır ve çalışmalar daha da kolaylaşır.

Yoğunlaştırılmış dizi oluştururken yapmamız gereken benzer terimlerden sadece bir tanesi yazılarak yanına kaç kez tekrar ettiği yazılıp yeni bir seri oluşturmaktır. Böylece iki sütunlu bir dizi durumuna getirilir, birinci sütuna birim ya da indisler, ikincisine de kaç kez tekrar ettiği gösterilir ki bunlara birim sayısı ya da frekans denir.

Bu açıklamalara göre daha önce verilen 80 memurun kütlelerine ilişkin basit serinin, yoğunlaştırılmış dizi durumuna getirilmesi Tablo 1.3'te olduğu gibi yapılır.

Kütle (kg)	**Kişi sayısı (Frekans)**
23	3
25	3
27	2
29	1
32	4
36	3
37	2
38	3
39	5
41	4
45	4
47	2
49	3
53	1

Tablo 1.3: 40 öğrencinin kütlelerine ilişkin yoğunlaştırılmış dizi (kg)

2.2.3. Sınıflanmış Kümülatif Frekans Dizileri

Görüldüğü gibi ilkel serinin en küçük değeri ile en büyük değeri 23 kg ile 53 kg arasındadır. İstatistikî bilgilerin anlamının daha iyi kavranması için veriler tablo halinde düzene konulması gerekir. Frekans tabloları gruplamalar sonucunda ortaya çıkar.

Gruplama: Bireysel değerleri belirli sınırlar içine düşen bireyleri ortak sınıflarda toplama işlemidir.

$$\text{Sınıf Aralığı} = \frac{\text{En büyük değer} - \text{En küçük değer}}{\text{istenilen grup sayısı}}$$

dır.

Frekans tablosunu 7 gruplu yapacak olursak ilkel seride en büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark (açıklık)

$$\text{Sınıf Aralığı} = \frac{53-23}{5} = \frac{30}{5} = 6 \text{ kg dır.}$$

Bu sınıf aralığına göre i=6 ise frekans tablosu şöyle olur;

(kg) Gruplar	(Frekans) Memur Sayısı	(Yüzdeli frekanslar) Nispi Frekanslar
23 – 29,9	9	22.50
30 – 36,9	7	17.50
37 – 43,9	14	35.00
44 – 50,9	9	22.22
51 – 57,9	1	2.50
	40	**100**

Tablo 1.4: 40 öğrencinin kütlelerine ilişkin çokluk bölünümü

Frekans tablosu (çokluk bölünümü): Gruplama sonucunda oluşan ve belirli bir özelliği temsil temsil eden birey sayısına denir. Frekans bir özelliğin olayda kaç kez tekrarlandığı gösterir.

Frekans türleri: Frekansları iki ana grupta toplamak mümkündür. Mutlak frekanslar ve nispi (oransal) frekanslar.

Nispi frekanslar ise gözlem toplamına (40) oranlanarak bulunan frekanslardır.

Tablo 1.4'ün incelenmesinde, nispi frekanslar % olarak gösterilmiştir. Bulunuşu ise şöyle açıklanabilir: Örneğin; 44 – 50,9 grubundaki 22,50 gerçekte %22,50 dir. Bu ise 6/80.100= % 7.50 şeklinde bulunur. Diğerlerinin bulunma yönteminde aynıdır.

Değişken: Bireylerin ölçülebilen özelliklerine denir. Örneğin; öğrencilerin Mayıs ayındaki kilosu ile haziran ayındaki kilosu gibi.

Değişkenleri iki ana başlıkta toplamak mümkündür.

- Sürekli değişken: Bir değişken belirle sınırlar arasında sonsuz değer alabiliyorsa, bu tür değişkenlere denir.
- Süreksiz değişken: Bir değişken belirli sınırlar arasında ancak belirli değerleri alabiliyorsa, bu tür değişkenlere denir.

Sınıf aralığı: Frekans bölümlerinde, bir sınıfın alt ve üst sınırı arasında farka denir. Örneğin; Tablo 1.4'te, 44 – 50.9 sınıfının aralığı (i)=44 – 51= 7 kg'dır.

Bir sınıfın başladığı ve bittiği değerlere **sınıf sınırları** denir. Başladığı değere **alt sınır** bittiği değere ise **üst sınır** denir. Örneğin; Tablo 1.4'teki, 44 – 50,9 sınıfının alt sınırı 44 kg, üst sınırı ise 50,9 kg'dır.

kg Gruplar	**Frekans**	**Xi Sınıfın orta değeri**
23 – 29,9	9	26
30 – 36,9	7	33
37 – 43,9	14	40
44 – 50,9	9	47
51 – 57,9	1	54

Tablo 1,5: 40 öğrencinin kütlelerine ilişkin çokluk bölünümü

Sınıf aralığı (i) çok dar tutulursa tablo yığının yapısını aksettiremez. Sınıf aralığı genişletilirse olaydaki düzen, kolayca kavranamaz.

En uygun sınıf aralığını saptamak için H.A. Sturges sınıf aralığı formülüne başvurmak gerekir.

$$\text{İ}= \frac{\text{Açıklık}}{1+3.332 \log N}$$ dır.

Sonuç kesirli çıkarsa en yakın yuvarlak sayı, sınıf aralığı olarak alınır. Bu formül 40 öğrencinin kütlelerine uygulanırsa.

Açıklık= En büyük sınıf orta değeri - En küçük sınıf orta değeri

Açıklık=54 - 26= 28kg bulunur

Bu duruma göre 80 memurun kültelerine ilişkin çokluk bölünümü i=7 kg alarak şöyle belirlenir:

$$İ= \frac{28}{1+3.32\log 40} = \frac{28}{1+3.322x1.90309} = \frac{28}{7.32206} = 3.8 = 4$$

(kg) Gruplar	(Frekans)	Nispi Frekanslar
23 – 26,9	6	15.00
27 – 30,9	3	7.50
31 – 34,9	4	10.00
35 – 38,9	8	20.00
39 – 42,9	9	22.50
43 – 46,9	4	10.00
47 – 50,9	5	12.50
51 – 54,9	1	2.50
	40	**100.00**

Tablo 1.6: 40 öğrencinin kütlelerine ilişkin çokluk bölünümü

Açık sınıflar [(Open clases(Opın klasis)]: Başlangıç ya da bitimi belirtilmeyen sınıflara denir. Böyle bir sınıf yapma gereği duyulmuşsa bu sınıfta yer alan bireylerin gerçek değerlerinin tablo altında not olarak yazılması gerekir.

Belirsiz sınıflar: Başlangıcı ve bitimi belli olman, bir başka ifadeyle, aldıkları değerin ne olduğu belli olmayan bireylerin yer aldığı sınıflardı.

Hesap işlemlerini sağlıklı yapabilmek için açık sınıf ve belirsiz sınıflardan kaçınılmalıdır.

Sınav sonucu	Öğrenci sayısı
20 ve daha az	3
20 -40	12
41 -70	20
71- 80	5
81 ve daha fazla	2
Bilinmeyen	4

Tablo 1.7: belirsiz sınıflar

Burada iki açık sınıf bulunmaktadır: Birinci ve beşinci sınıflar. Bunun yanında bir de belirsiz sınıf (Son sınıf) bulunmaktadır. Diğerleri ise aralığı eşit olmayan sınıflardır. Böyle bir tablo, işlemlere pek elverişli değildir.

Kümülâtif (Birikimli) çokluk bölünümü

Kümülâtif çokluk bölünümlerine ya bir değerden a ya a belli bir değerden çok olayın sayısı söz konusu olduğu zaman başvurulur. Çok sık kullanılan kümülatif çokluk (frekans) ya **…den az** ya da **…den fazla** esasına göre iki ayrı biçimdedir.

…den az; aldıkları değer itibarıyla bireyleri, küçükten büyüğe doğru dizme işlemidir.
…den fazla; aldıkları değer itibarıyla bireyleri, büyükten küçüğe doğru dizme işlemidir.

(kg) Gruplar	(Öğrenci sayısı) (Frekans)	Kilosu …den az	Öğrenci Sayısı
23 – 26,9	6	27	6
27 – 30,9	3	31	9
31 – 34,9	4	35	13
35 – 38,9	8	39	21
39 – 42,9	9	43	30
43 – 46,9	4	47	34
47 – 50,9	5	51	39
51 – 54,9	1	55	40
	40		

(kg) Gruplar	(Öğrenci sayısı) (Frekans)	Kilosu …den fazla	Öğrenci Sayısı
23 – 26,9	6	23	40
27 – 30,9	3	27	34
31 – 34,9	4	31	31
35 – 38,9	8	35	27
39 – 42,9	9	39	19
43 – 46,9	4	43	10
47 – 50,9	5	47	6
51 – 54,9	1	51	1
	40		

Tablo 1.8: Mutlak frekanslar üzerinde birikimli çokluk örnekleri

(kg) Gruplar	% (Frekans)	Kilosu …den Az	(%) Memur Sayısı
23 – 26,9	15.00	27	15.00
27 – 30,9	7.50	31	22.50
31 – 34,9	10.00	35	32.50
35 – 38,9	20.00	39	52.50
39 – 42,9	22.50	43	75.00
43 – 46,9	10.00	47	85.00
47 – 50,9	12.50	51	97.50
51 – 54,9	2.50	55	100.00

(kg) Gruplar	% (Frekans)	Kilosu …den fazla	%Memur Sayısı
23 – 26,9	15.00	23	100
27 – 30,9	7.50	27	85.00
31 – 34,9	10.00	31	77.50
35 – 38,9	20.00	35	67.50
39 – 42,9	22.50	39	47.50
43 – 46,9	10.00	43	25.00
47 – 50,9	12.50	47	15.00
51 – 54,9	2.50	51	2.50

Tablo 1.9: Nispi frekanslar üzerinden birikimli çokluk örnekleri

UYGULAMA FAALİYETİ

➢ Tablo 1.2'deki ilkel seriyi oluşturunuz.	➢ İlkel seri oluşturulurken Tablo 1,1'deki basit seriden yola çıkınız.
➢ Tablo 1.3'teki yoğunlaştırılmış diziyi oluşturunuz.	➢ Yoğunlaştırılmış diziyi çentikler yardımıyla oluşturacaksınız. İlkel seride tekrar eden her sayının yanına bir çentik atınız ve her sayıdan bir tane yazarak tekrar eden sayının karşısına kaç defa tekrar ettiğini yazınız.
➢ Tablo 1.4'teki frekans tablosunu oluşturunuz.	➢ Tablo 1,4'teki frekans tablosu için sınıf aralığının tespit edilmesi lazım. Bunun için önce istenen grup sayısını tespit edip en büyük değerden en küçük değeri çıkarıp istenen grup sayısına bölünüz. İstenilen grup sayısı 5'dir.
➢ Tablo 1,6'daki nispi frekansları bulunuz.	➢ Nispi frekanslar gözlem toplamına (40 öğrenci) oranlanarak bulunmuştur. Frekans/40*100 şeklinde bulunur.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Ölçme Soruları

Bu faaliyet sonunda hangi bilgileri kazandığınızı, aşağıdaki soruları cevaplayarak belirleyiniz.

1. Verilerin oluşturduğu sayı kümesine ne ad verilir?
   A) İstatistik
   B) Parametre
   C) Seri
   D) Veri

2. Tablo 1,4'te kaç memur 44 – 50,9 kg aralığındadır?
   A) 9
   B) 33
   C) 7
   D) 80

3. Bireylerin ölçülebilen özelliklerine ne ad verilir?
   A) Devamlı Röleveler
   B) Frekans
   C) Sayı
   D) Değişken

4. $\dfrac{Enbüyükdeğer - Enküçükdeğer}{İstenilenGrupSayıııp}$ =formülüyle neyi buluruz?
   A) İnsan sayısını
   B) Sınıf aralığını
   C) Kgramlarını.
   D) Özelliklerini

5. Bireylere ilişkin verilerin rastgele dizilmesi suretiyle elde edilen diziye nedir?
   A) Hiçbir anlamı yoktur.
   B) Yoğunlaştırılmış dizi
   C) Basit dizi
   D) İlkel seri

Cevaplarınızı cevap anahtarı ile karşılaştırınız.

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızı modülün sonundaki cevap anahtarı ile karşılaştırınız. Doğru cevap sayınızı belirleyerek kendinizi değerlendiriniz. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt yaşadığınız sorularla ilgili konuları faaliyete dönerek tekrar inceleyiniz.

Tüm sorulara doğru cevap verdiyseniz diğer faaliyete geçiniz.

Performans Değerlendirme

Değerlendirme Kriterleri	Evet	Hayır
➢ Tablo 1.1'deki basit diziyi oluşturarak ilkel seriyi düzenlediniz mi?		
➢ Tablo 1.3'teki yoğunlaştırılmış diziyi oluşturarak sınıf aralığını tespit ettiniz mi? (istenilen grup sayısı 5)		
➢ Tablo 1.5'teki çokluk bölümünü oluşturarak sınıf orta değerlerini tespit ettiniz mi?		
➢ Tablo 1.8 ve Tablo 1.9'daki …den az …den çok tablolarını oluşturdunuz mu?		

Değerlendirme

Uyguladığınız performans testinde;

Aşağıda belirtilen ölçütlere göre kendinizi değerlendiriniz. Eğer sonuca ulaştıysanız bir sonraki uygulama faaliyetine geçebilirsiniz. Sonuca ulaşamadıysanız uygulama faaliyetini yeniden gözden geçiriniz. Adımların aksayan bölümlerini öğretmeninizle konuşunuz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-3

AMAÇ

Bu faaliyet öncesinde yapmanız gereken öncelikli araştırmalar şunlardır:

Şirketlerin kullanmış oldukları istatistiki analiz yöntemlerini araştırın ve gazetelerde ki verileri yorumlayarak elde ettiğiniz sonuçları sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

ARAŞTIRMA

Pazarlama alanında ürün ile ilgili yapılacak araştırmalarda istatistik analiz yöntemlerini kullanarak araştırılan ürün ile ilgili tahminlerde bulunup satacağımız ürünün piyasadaki durumuna ve gelecekte pazarlayacağımız ürünün durumu konusunda bilgilere ulaşabileceksiniz.

3. TOPLANAN BİLGİLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ

3.1. Grafikler

Sınıflandırılmış seriler, "Histogram" ya da "frekans poligonu" adı verilen grafiklerle gösterilir. Adı geçen grafiklerin çizimi, aşağıda ayrıntıları ile ele alınmıştır.

3.1.1. Histogram

Histogram: Alanı ilgili sınıfın frekansına ve tabanı da ilgili sınıfın aralığına eşit, birbirine bitişik dikdörtgenlerden oluşan bir grafik gösterimdir.

Bir histogram çizilmeden önce, sözü edilen dikdörtgenlerin uzunluklarının ayarlanması gerekir. Bunun için frekanslar sınıf aralığına bölünerek dikdörtgenlerin alanları ilgili sınıfların frekanslarına eşitlenir.

Konuyla ilgili olarak aşağıdaki örneği dikkatlice gözden geçiriniz.

Örnek: Sürekli bir x değişkenine ilişkin gözlem sonuçları aşağıdaki seriyle verilmiştir.

Sınıflar	Frekanslar
0 - 4	12
4 – 8	16
8 – 12	20
14 - 16	24
16 - 20	20
20 - 24	8
	100

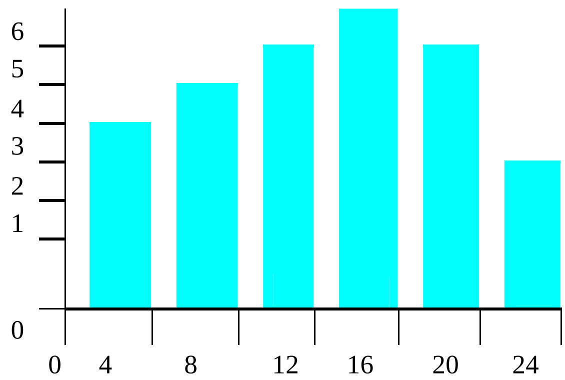
Tablo 3.1: Gözlem sonuçları

Histogramın çizilebilmesi için öncelikle frekansların ayarlanması gerekir. Ayarlanmış frekansların elde edilişleri aşağıda gösterilmiştir:

Sınıflar	f	Sınıf Aralıkları h	Ayarlanmış Frekanslar f/h
0 -4	12	4	12/4=3.0
4 – 8	16	4	16/4=4.0
8 - 12	20	4	20/4=5.0
12 -16	24	4	24/4=6.0
16 – 20	20	4	20/4=5.0
20 - 24	8	4	8/4=2.0

Tablo 3.2: Ayarlanmış frekans tablosu

Birinci ve son sütundan yararlanılarak histogram aşağıdaki gibi çizilir.



Şekil 3.1: Eşit aralıklı sınıflar için histogram

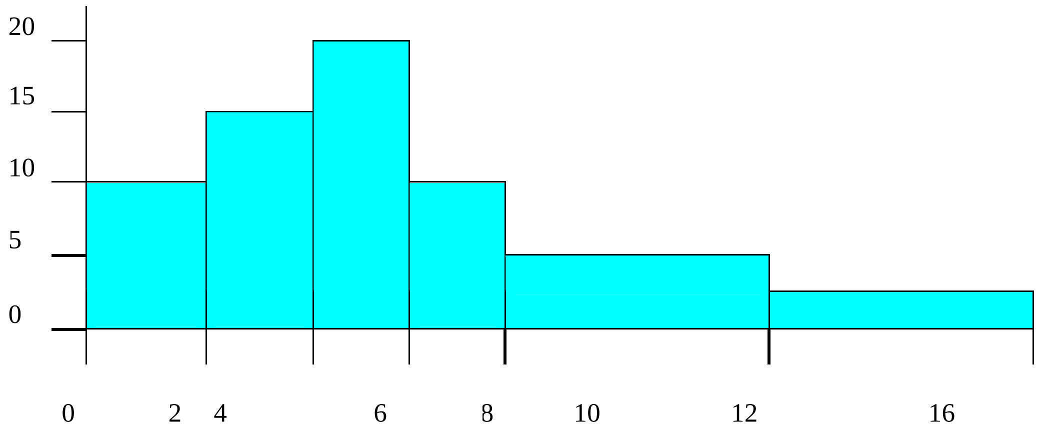
Eğer verilen seride sınıf aralıkları eşit değilse, histogram yine aynı yöntemle oluşturulur. Aşağıdaki örnekte olduğu gibi:

Sınıflar	**f**
0 - 2	20
2 – 4	30
4 – 6	36
6 – 8	20
8 – 12	16
12 -16	12
	128

Tablo 3.3: Gözlem sonuçları

Sınıflar	**f**	**h**	**f/h**
0 - 2	20	2	10.0
2 – 4	30	2	15.0
4 – 6	36	2	18.0
6 – 8	20	2	10.0
8 – 12	16	4	4.0
12 -16	12	4	5.0
	134		

Tablo 3.4: Ayarlanmış frekans tablosu



Şekil 3.2: Farklı büyüklükteki sınıflar için histogram

3.1.2. Frekans Poligonu

Mutlak ya da nispi frekanslar ile grup orta değerlerinden yararlanılarak çizilen grafik türü frekans poligonudur. Her grubun orta değeri apsis, frekansı ise ordinat alınarak bölümündeki sınıf sayısı kadar nokta bulunur. Bu noktalar düz çizgilerle birleştirilerek frekans poligonu elde edilir.

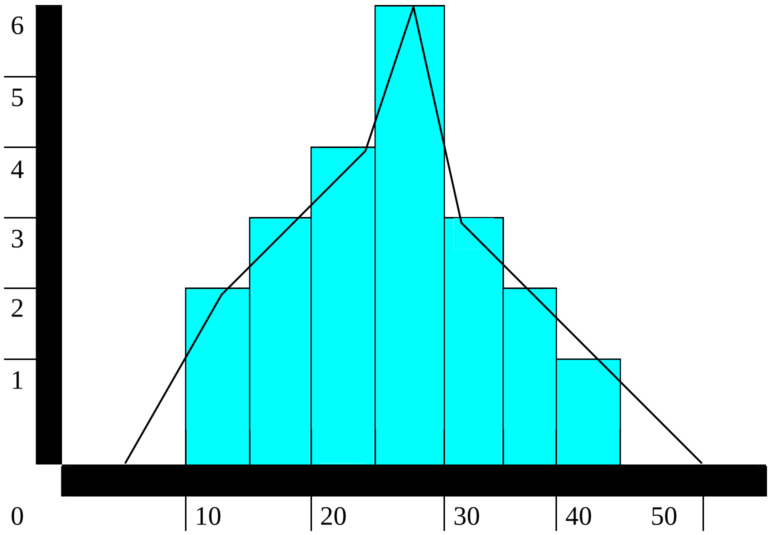
Örnek;

Sınıflar	f
Eki.15	10
15 - 20	15
20 - 25	20
25 - 30	30
30 - 35	15
35 - 40	10
40 - 45	5
	105

Tablo 3.5: gözlem sonuçları

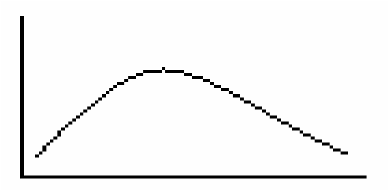
Sınıflar	f	X	h	f/h
Eki.15	10	12.5	5	2
15 - 20	15	17.5	5	3
20 - 25	20	22.5	5	4
25 - 30	30	27.5	5	6
30 - 35	15	32.5	5	3
35 - 40	10	37.5	5	2
40 - 45	5	42.5	5	1
	105			

Tablo 3.6: Ayarlanmış frekans tablosu



Şekil 3.3: Frekans poligonu

Frekans poligonunun altında kalan alan ile histogramdaki sütunların alanları toplamı birbirine eşittir. Histogramda grup sayısı artarken grup aralığı küçüleceğinden, dikdörtgenlerin tavan orta noktaları birbirine yaklaşır. Böylece, frekans poligonu frekans eğrisi biçimine döner.



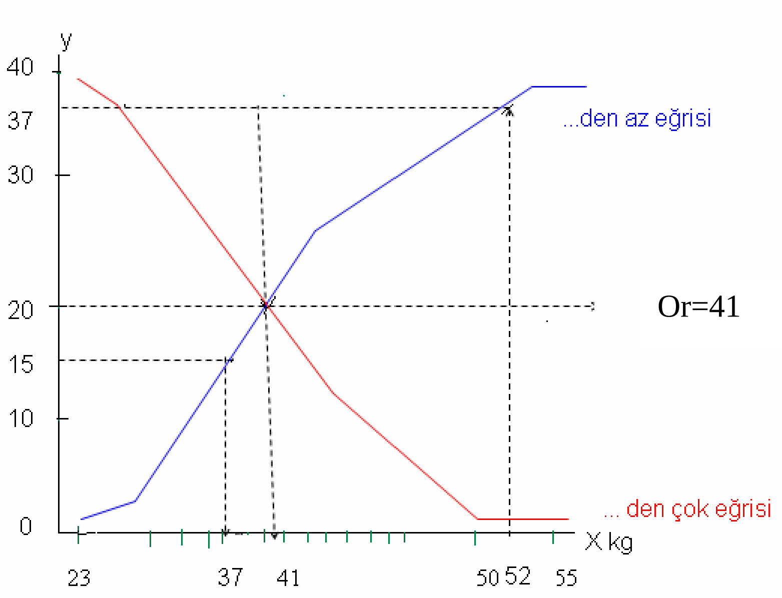
Grafik 3:1: Frekans eğrisi

3.1.3. Kümülâtif Frekans Eğrisi

3.1.3.1. Den Az Eğrisi

...den az eğrisi grup üst sınırlarından ve… den az kümülatif frekanslarından yararlanılarak çizilir. Eğri, ince uzun ve biraz yatık s harfine benzer. Gövdenin sol alt köşesinden başlar, sağ üst köşesine doğru uzanır.

Daha önceki memur örneğimizden yola çıkarak bir örnek çözelim: Örneğin, 3 memurun kilosunu bulmak istersek 30. Memurdan X eksenini bir paralel çizilir. Paralelin …den az eğrisini (mavi çizgi) kestiği yerden x eksenine dikme inilir. Dikmenin göstereceği yer 15. Öğrencinin kilosudur. Örneğimizde 15.Öğrencinin kilosu 37’dir.



Şekil 3.4: den az …den çok eğrisi

3.1.3.2. Den Fazla Eğrisi

Eğri ters s harfine benzer. Gövdede, sol üst köşeden başlar, sağ alt köşeye doğru uzanır.

Kümülâtif frekanslar yüzdelerle yani oransal frekanslarla oluşturulursa. Y ekseni orijin ile başlar, 100 ile biter. X ekseni yine mutlak sayılara göre ayarlanır. Yüzdeli kümülatif frekans eğrisine persantil eğrisi de denir.

3.1.3.3. Lorenz Eğrisi

Bu eğri, kümülatif frekans grafiğinin özel bir türüdür. Ekonomistlerin sık kullandıkları bir grafiktir. Genellikle; nüfusa ilişkin gelir ve servet bölüşümü, büyük işletmelerin satış tutarları, büyük çiftliklerin verimlilikleri, vergileri, dış ticaretle ilgili dağılımlar vb. bölünümler için sık kullanılır.

3.1.3.4. Z Diyagramı

Biçimce Z harfine benzediği için bu grafiğe Z diyagramı denir. Daha çok zaman serileri için kullanılır.

3.1.4. Resim, Yıldız, Doğru ve Daire Şeklindeki Grafikler

3.1.4.1. Resim Grafiği

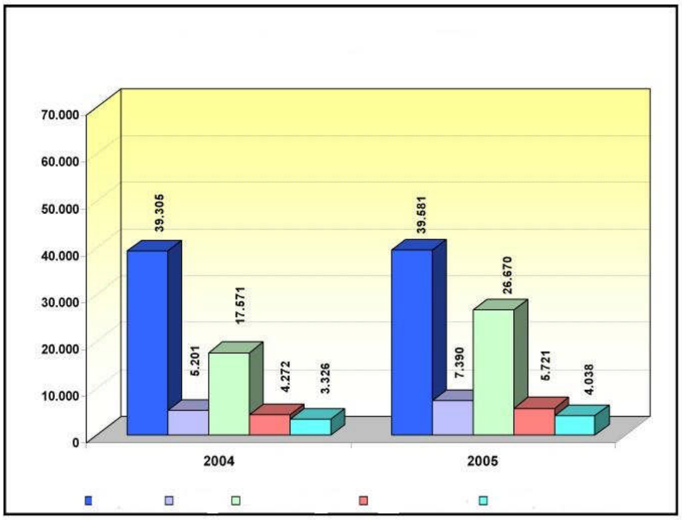
Elde edilen istatistiksel bilgiler çeşitli geometrik biçimlerle gösterildiğinde oluşan grafiğe denir.

3.1.4.2. Yıldız Grafiği

Genellikler aylarla göre ifade edilen zaman serileri için kullanılır.

3.1.4.3. Doğru Grafikleri

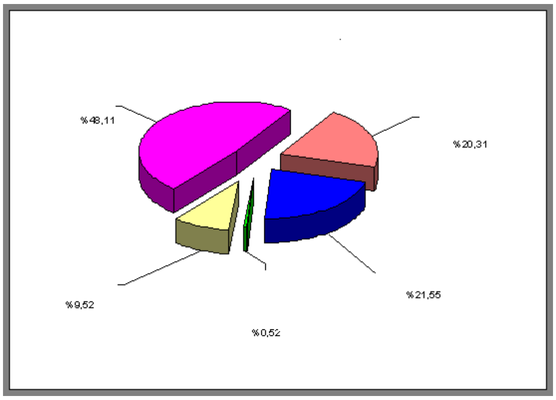
İstatistikse veriler, çizgiler durumunda gösterildiğinde oluşan grafiğe denir.



Grafik 3.2: Doğru grafiği

3.1.4.4. Daire Grafiği

Çeşitli dağılımlarda yer alan grupların paylarını 3600 üzerinden dağıtarak pasta dilimlerin biçiminde bir daire üzerinde gösteren grafiğe denir.



Grafik 3.3: Daire grafiği

3.2. Ortalamalar

Sayısal bilgilerin tablo biçiminde sunulması durumunda bile pek az kişi olaylar hakkında sağlıklı bilgi sahibi olabilir. Yığın hakkında sağlıklı bilgi sahibi olunabilmesi için frekans bölünmelerinin iyi bir biçimde analiz edilmesi gereklidir. Bu durum bizi, "ortalamalar" adıyla anılan ölçü birimlerine götürür.

Ortalama: Bir bölünmenin (serinin) merkezini, yani ortasını gösteren ölçü birimine denir.

Sık kullanılan ortalama türleri şunlardır:
Aritmetik ortalama
Geometrik ortalama
Ortanca (medyan)
Mod
Harmonik(Armonik) ortalama

3.2.1. Aritmetik Ortalama

Ortalama kavram ya da ortalama değer olarak bilinen aritmetik ortalama, çok bilinen ve çok kullanılan bir merkezi eğilim ölçüsüdür. Aritmetik ortalama konusunda kullanılacak sembollerin başlıcaları şunlardır:

X_i : Yığın ya da örneğe ilişkin birim değerleri veya grup orta değerleri sembolüdür.
M : Yığın değerlerine ilişkin aritmetik ortalama sembolüdür.
X : Örnek değerlerine ilişkin aritmetik ortalama sembolüdür.
N : Birey sayısı (örneklemdeki) sembolüdür.
N : Birey sayısı (Yığındaki) sembolüdür.
Σ : Toplam
A.O. : Aritmetik ortalama sembolüdür (yığın ya da örnek için) Aritmetik ortalama çeşitleri:

3.2.1.1. Tartılı Aritmetik Ortalaması (T.A.O)

Bir serideki değerler arasında önem derecesi itibarıyla farklar bulunabilir. Bu durumda, aritmetik ortalama hesaplanırsa değerler arasındaki önem farkları dikkate alınmamış olur. Değerler arasındaki önek farklarının da işleme katılması gerekiyorsa serideki her değere, önemi ile orantılı olarak bir tartı (kat sayı) vermek suretiyle tartılı aritmetik ortalama hesaplanır.

Terim değerleri ile bunların önemini beliren tartıların (kat sayıların) çarpılmasından elde edilen toplamın, tartı toplamına bölünmesi suretiyle sağlanan değere "tartılı aritmetik ortalama" denir.

T.A.O = $$\frac{X_1t_1 + X_2t_2 + X_3t_3 + \dots\dots + X_nt_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots\dots\dots\dots + t_n} = \frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i}$$

Örnek: Bir fakültede yarı yılda okutulan dersler; matematik, istatistik, muhasebe, hukuk, sosyoloji, yabancı dildir. Bu derslere, fakülte yönetmeliği gereği verilen tartılar sırayla 6,5,4,3,2,1'dır. Yarı yıl sonunda bir öğrencinin bu derslerden aldığı notları ise yüz üzerinden sırayla 60,55,75,90,70,50'dır. Bu öğrencinin yarı yıl sonundaki başarı notu T.A.O olarak nedir?

Desler	Xi Notlar	ti Kat sayılar	Xi ti
Matematik	60	6	360
İstatistik	55	5	275
Muhasebe	75	4	300
Hukuk	90	3	270
Sosyoloji	70	2	140
Yabancı dil	50	1	50
	400	**21**	**1395**

Tablo 3.7: Ayarlanmış frekans tablosu

T.A.O = $$\frac{\sum t_i X_i}{\sum t_i} = \frac{1395}{21} = 66.43$$

Notların A.O ise = $$\frac{\sum X_i}{n} = \frac{400}{6} = 66.67'dir$$

3.2.1.2. Ortalamaların Aritmetik Ortalama (O.A.O)

n1 bireyden oluşan bir serinin aritmetik ortalaması $\bar{X}_i$, n2 bireyden oluşan bir serinin aritmetik ortalaması $\bar{X}_2$,…,nm bireyden oluşan serinin aritmetik ortalaması $\bar{X}_m$ ise n1+n2+…nm bireylik tüm serinin aritmetik ortalaması;

O.A.O.= $$\frac{n_1\bar{X}_1 + n_2\bar{X}_2 + \ldots\ldots + n_m\bar{X}_m}{n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_m} = \frac{\sum n_i\bar{X}_i}{\sum_i i}' dir$$

Örnek; Bir okuldaki öğretmen, memur ve hizmetlilere ilişkin ortalama hizmet süreleri yıl olarak aşağıdaki gibidir. Buna göre bütün okuldaki ortalama hizmet süresinin hesap edilmesi şöyledir:

Çalışmalar	ni Personel sayısı	Xi Ortalama hizmet süresi	niXi
Öğretmen	60	10	600
Memur	10	8	80
Hizmetli	30	9	270
	100		**950**

Tablo 3.8: ayarlanmış frekans tablosu

O.A.O= $$\frac{\sum n_i X_i}{\sum n_i} = \frac{950}{100} = 9.5$$ yıldır;

3.2.1.3. Gruplanmamış serilerde aritmetik ortalamanın hesaplanması

Formül : A.O = $\frac{\sum x_i}{n}$

Örnek;

Xi
10
13
16
20
26
85

Tablo 3.9: Gözlem sonuçları

Aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanır.

A.O= $\frac{\sum xi}{n} = \frac{85}{5} = 17$

3.2.1.4. Gruplanmış Serilerde Aritmetik Ortalamanın Hesaplanması

Bilindiği gibi bu tür serilerde değerler ayrı ayrı rakamlarla değil gruplar durumunda gösterilmiştir. Bu nedenle, her bireyin aldığı değer açıkça bilinmemektedir. Ancak, bir grupta bulunan bireylerin sahip oldukları değerlerin, grup orta değeri (Xi) etrafında toplandığı var sayılmaktadır. Bu nedenle, her grubun orta değeri kendi grubunu temsil edeceğinden hesaplamada grup orta değerleri esas alınmaktadır.

Eğer bir frekans tablosunda grup orta değerleri X1, X2, X3…..XK ve bu gruplara ilişkin frekanslar f1, f2, f3…fk ise aritmetik ortalama:

$X = \frac{\sum fiXi}{n(=\sum fi)}$ dir.

Xi : Grup orta değeri
fi : Birey sayısı
i : 1,2,……..k

Örnek: Bir ilköğretim okulunda 1. grupta kayıtlı 200 öğrencinin kütleleri Tablo 3.8'deki gibidir. Buna göre bu okulda 1. Grupta kayıtlı 200 öğrencinin kütlesinin aritmetik ortalama cinsinden hesaplanması şöyledir:

İşlem basamakları şöyledir;
-Her grubun orta değeri bulunur(Xi).
-Her grubun orta değeri ile ilgili frekansları çarpılır(fiXi).
-(ΣfiXi) toplamı alınır.
-Toplam değer (fiXi) öğrenci sayısına (Σfi=n) bölünür.

(kg) Vücut kütlesi	f_i Öğrenci sayısı	x_i Grup orta değeri	$f_i x_i$
13 - 16,9	18	15	270
17 - 20,9	40	19	760
21 - 24,9	40	23	920
25 - 28,9	50	27	1350
29 - 32,9	30	31	930
33 - 36,9	22	35	770
			5000

Tablo 3.10: Öğrencilerin kütlelerine ilişkin dağılım

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i X_i}{n} = \frac{5000}{200} 25 \text{ kg'dır.}$$

3.2.2. Aritmetik Ortalama

Geometrik ortalama, terim değerleri çarpımının terim sayısı cinsinden köküne eşittir.
Terim değerleri: X1, X2, X3, ………. Xn
Terim sayısı n ise,

G.o.= $\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3.......X_n}$ 'dir.

3.2.2.1. Geometrik Ortalamanın Özellikleri

Geometrik ortalama serideki her değerden etkilenir. Ancak uç değerlere aritmetik ortalamadan daha az önem verir.

Sıfır ya da negatif değerlerin bulunduğu serilerde geometrik ortalama hesaplanmaz.
Geometrik ortalamam cebirsel işlemlere elverişlidir.

Terimler arasındaki oransal farkların, mutlak farklardan önemli olması durumunda geometrik ortalama kullanılır. Özellikle fiyat, nüfus, ulusal gelir vb. değişimlere ilişkin oranların ortalamasında yaygın olarak kullanılır.

3.2.2.1. Çeşitli Dizilerde Hesaplanması

Örnek; Xi : 1,3,9 sayılarının geometrik ortalaması;

G.O.= $\sqrt[3]{1.3.9} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3}$ = 3'tür.

Terim sayısı çok ya da terim değerlerinin çarpımının (kök içi değeri) kökü kolay alınamayacak bir sayı ise logaritmaya başvurulur. G.O. formülünün logaritmik olarak yazılışı:

G.O.= $\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3.......X_n}$ log G.O.= $\frac{1}{n}\Sigma$ log X1' dir.

Geometrik ortalamanın logaritması, terim değerlerinin logaritmalarının aritmetik ortalamasına eşittir. Bunun da antilogaritması, geometrik ortalamaya eşittir.

Örnek: 10 öğrencinin kütlelerine ilişkin geometrik ortalamanın hesabı şu şekilde yapılır.

(kg) Xi	**log Xi**
72	1,85733
80	1,90309
58	1,76343
60	1,77815
65	1,81291
75	1,87506
51	1,70757
59	1,77085
60	1,77815
60	1,77815
	18,02469

Log G.O. = $\frac{1}{n}\Sigma$log Xi

Log G.O. = $\frac{1}{10}.18{,}02469$

Log G.O. = 1.802469

Bu sonucun antilogaritması alınırsa;

G.O. = 63.4

Bu öğrencilerin G.O. cinsinden ortalama kütlesi 63,4 kg'dır.

Tablo 3.11: Öğrencilerin kütlelerine ilişkin dağılım

3.2.3. Medyan (Ortanca)

Bir dağılımda medyan veriler büyüklüklerine göre dizildiğinde ortada kalan değerdir.

Dizideki değer sayısı tek sayı ise medyan doğal olarak dizi ikiye ayrıldığında ortada açıkta kalan değerdir. Ancak diziyi oluşturan değer sayısının çift sayıya denk gelmesi, dizinin iki eşit parçaya bölünebileceği ve açıkta bir değer kalmayacağı anlamına gelir. Bu durumda, medyan en ortada kalan iki değir aritmetik ortalaması alınarak bulunur.

3.2.3.1. Çeşitli Dizilerde Hesaplanması

3.2.3.1.1. Gruplanmamış Serilerde Ortancanın Hesaplanması

- Terim sayısı tek ise: Ortanca değer, aldıkları değer itibarıyla küçükten büyüğe doğru ya da büyükten küçüğe doğru dizilen bireyler içerisinde(ilkel seride) tam ortada bulunan bireyin sahip olduğu değerdir (n+1) /2 sıra numarasına denk gelen bireyin değeri serinin ortancasıdır.

Örnek; bir gruptaki 9 öğrencinin kütleleri şöyledir:

(kg) Xi	**(kg) İlkel seri**
72	51
58	58
60	59
65	60
75	60
51	60
59	65
60	72
60	75

$\frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$. Sıradaki öğrencinin kilosu olan 60 kg dır.

Tablo 3.12:; Öğrencilerin kütlelerine ilişkin dağılım

- Terim sayısı çift ise: Ortanca değer, ilkel seride tam ortada yer alan iki bireyin sahip olduğu değerlerin ortalamasıdır. Bu değer:

$$\frac{\frac{n}{2}+\frac{n+2}{2}}{2}$$ Formülüyle hesaplanır.

Örnek; Bir sınıftaki 10 öğrencinin kütleleri için ortanca değeri şöyle hesaplanır.

(kg) İlkel seri
51
58
59
60
60
60
65
72
75
80

Görüldüğü gibi ortalama 10 birimlik kütle örneği için ilkel seride 5 ve 6. sırada yer alan $\left(\frac{n}{2}=\frac{10}{2}=5 ve \frac{n+2}{2}=\frac{10+2}{2}=6. sıradayer\ lan\right)$

Öğrencilerin kütleleri ortalamasıdır. Or= $\frac{60+60}{2}=60$ kg'dır.

Tablo 3.13: İlkel seri

3.2.3.1.2. Gruplanmış Serilerde Ortancanın Hesaplanması

Gruplanmış serilerde ortancayı bulabilmek için bireyleri(frekansları), “…den az” esasına göre kümüle etmek gerekir. Kümülâtif frekanslar içerisinde n/2'inci bireyin yerini belirlemek kolaydır ancak ortanca değeri anında saptamak zordur. Çünkü gruplanmış serilerde değerler bireysel rakamlar halinde değil, gruplar halindedir. Kümülâtif frekansların n/2'inci bireyi aştığı en düşük değerli grup “ortanca grubu”dur. Ortanca değer, bu grup içinde aranır. Başka bir grupta aranmaz. Ortancanın hangi grupta bulunduğu belirlendikten sonra, bu grup sınırları içerisinde gerçek ortanca değeri şu formül yarımıyla bulunur.

$$Or = L1 + \frac{\frac{n}{2} - f_k}{for} . i$$

Bu formülde:

L_1 **:** Ortanca grubunun alt sınırını,
N **:** Birey sayısını, yani frekans toplamını,
F_k **:** Ortanca grubuna kadar olan toplam birey sayısını,
f_{or} : Ortanca grubunun frekansını,
İ **:** Ortanca grubun aralığını gösteri.

Aritmetik ortalaması bulunan öğrenci kütleleri örneğinde ortanca şöyle bulunur.

(kg) Vücut kütlesi	fi Öğrenci sayısı	fk (…den az) Kümültif öğrneci sayısı
13 - 16.9	40	40
17 - 20.9	80	120
21 - 24.9	20	140
25 - 28.9	16	156
29 -32.9	8	164
33 - 36.9	8	172
37 - 40.9	12	184
41 - 44.9	16	200
	200	

Tablo 3.14: Gözlem sonuçları

Ortancayı hesaplamak için yapılacak işlemler;

- n/2= 200/2 100. Birey ortanca değere sahip bireydir.
- …den az kümülatif frekansları hazırlanır.
- n/2=100. bireyin …den az kümülatif frekansları içinde yeri belirlenir. Buradan da ortanca grubu tayin edilir. Bu duruma göre 100. birey, 148 kümülatif değer içinde olduğundan, ortanca grubu 17 – 20,9 grubudur.
- Ortanca grubu tayin edildikten sonra, formülde yer alan öğelerin değerleri saptanarak formüle yerleştirilir ve ortanca değer belirlenir.

Ortanca grubu : 17 – 20,9
L_1 =Ortanca grubun alt sınırı (17)
n = Birey sayısı (200)
f_k = Ortanca gruba kadar olan toplam birey sayısı (68)
f_{or} = Ortanca grubun birey sayısı (frekans) (80)
i = Ortanca grubunun aralığı (4)
Bu değerler formüle yerleştirilirse;

$$Or = L_1 + \frac{\frac{n}{2} - f_k}{f_{or}} . i = 17 + \frac{\frac{200}{2} - 68}{80} . 4 = 17 + \frac{100-68}{80}.4 = 17 + \frac{128}{80}$$

Or=17 +1,6=18,6 olur.

Ortaca cinsinden ortalama kütle 18,6 kg'dır.

3.2.3.1.3. Kartil ve Hesaplanması

Kartiller, seriyi 4 eşit parçaya böler ve her seride 3 tane kartil değeri vardır. Bir diğer adıyla "çeyrekler" diye anılır. Sembol olarak "Q" ile gösterilir. İfade edildiği gibi her seride; Q1, Q3, Q3 değerleri vardır.

Her seride, ikinci kartil değeri ortanca değere eşittir. Bu değer; Q2=Or'dır.

Hesaplanışı oldukça kolaydır ve ortanca değerin bulunuşuna benzer.

3.2.4. Mod

Bir seride en çok tekrarlanan değere mod denir.

Örnek: 9 ailenin aylık gelirini gösteren seri (milyon Tl) aşağıdadır.

520, 580, 670, 700, 700, 700, 860, 1000, 1200

Bu gelir grubunda ortalama gelirin en çok tekrarlanan gelir düzeyi tarafından temsil edilmesi istenebilir. Bu durumda 9 aileye ilişkin ortalama gelir, tanım uyarınca mod hesaplanarak elde edilir. En çok tekrarlanan gelir düzeyi 700 milyon TL olduğundan bu seri için

Mod= 700 milyon TL'dır.

Eğer bir seride birden çok aynı sayı tekrarlanıyorsa bu seriler çoklu mod denir. Bu durumda modlardan birine birinci mod diğerine ikinci mod denir.

Gruplanmış serilerde modun hesaplanması ise; bu tür serilerde, değerler bireysel rakamlar halinde değil, gruplar halinde olduğundan en yüksek frekansın karşısında tek bir değer değil, bir grup bulunacaktır. Mod değeri bulunduran gruba mod grup denir. Modu tanımlamak kolay fakat belirlemek zordur.

Frekans eğrisinin maksimum değere ulaştığı yeri gösteren apsis ekseni üzerindeki değere gerçek mod denir.

Mod değerini veren formül şöyledir;

$$\mathbf{Mo = L1 +} \frac{d_1}{d_1 + d_2}.1$$

Bu formülde;

L1 , mod grubunun alt sınırı

d1 , mod grubunun frekansı ile bir önceki grubun frekansı arasındaki farkı,

d2 , mod grubunun frekansı ile mod grubundan bir sonraki grubun frekansı arasındaki farkı,

i , mod grubunun aralığın gösterir.

Örnek;

(kg) Vücut kütlesi	**fi Öğrenci sayısı**
5 - 8,9	12
9 - 12,9	16
13 - 16,9	40
17 - 20,9	80
21 - 24,9	20
25 - 28,9	16
29 - 32,9	8
33 - 36,9	8
	200

Tablo 3,15; Öğrencilerin kütlelerine ilişkin gözlem sonuçları

Mod değerini hesaplamadan önce mod grubunun belirlenmesi gerekir. En yüksek frekans 80 olduğu için mod grup, bu frekansa ilişkin 17 – 20,9 grubudur. Gerçek mod formülünde yer alan öğelerin değerleri şöyle belirlenir:

$\mathbf{L_1}$ = 17 mod grubunun alt sınırı
$\mathbf{D_1}$ = 80 – 40 = 40 Mod grubu ile bir önceki grubun frekansı arasındaki fark
$\mathbf{D_2}$= 80 – 20 =60 mod grubu ile bir sonraki grubun frekansı arasındaki fark
i = 4 mod grubun aralığı
Bu değerler belirledikten sonra, formülde yerlerine koyularak sonuca gidilir:

$$Mo = 17 + \frac{40}{40+60}.4 = 17 + \frac{160}{100} = 17 + 1.6 = 18.6kg.$$

Mod cinsinden ortalama kütle 18,6 kg'dır.

Bir seride birden fazla yüksek frekans varsa bu tür serilerde çok modlu seri denir. Çok mod değere sahip gruplanmış seride gerçek mod değerini belirlemek için seri, ikinci bir kez, hatta gerekiyorsa üçüncü bir kez gruplama yapılır. Yeniden yapılacak olan gruplamada; gruplar ikişer ikişer ya da yeterli olmazsa üçer üçer birleştirilir. Böylece grup aralığı açılır ve seri**, tek modlu seri durumuna dönüştürülmüş olur.**

(cm) Boy uzunlukları	fi Öğrenci sayısı
140 - 145	5
145 - 150	8
150 - 155	15
155 - -160	10
160 - 165	15
165 - 170	4
170 - 175	2
175 - 180	1
	60

Görüldüğü gibi bu seride en yüksek frekansa sahip iki grup vardır. Bunlar; 150 – 155 ve 160 – 165 grupları olup frekansları 15 ve birbirine eşittir. Bu nedenle gerçek mod hesaplanamaz. Gerçek modu hesaplayabilmek için gruplar ikişer ikişer birleştirilir ve tek modlu seri yaratılır.

Tablo 3.16: Öğrencilerin boylarına ilişkin çoklu mod dağılımı

(cm) Boy uzunlukları	fi Öğrenci sayısı
140 - 150	13
150 - 160	25
160 - 170	19
170 - 180	3
	60

Yeniden düzenlenen bu seride, birincisine göre grup aralığı daha geniştir. Fakat yüksek frekansa sahip grup sayısı bire indirilir. Böylece, mod formülüyle mod değeri rahatlıkla hesaplanabilir.

Tablo 3.17: Öğrencilerin boylarına ilişkin azaltılmış mod dağılımı

3.3. İndeksler ve Hesaplanması

İndeks: Belirli bir istatistik olaya ilişkin değerlerin zaman ya da yer belirterek gösterdiği oransal değişmelerin ölçüsüdür.

İndeks, hangi ekonomik olaya uygulanıyorsa o olayın adıyla anılır.

İndekste biri "karşılaştırılan", diğeri "temel" olmak üzere iki değer vardır. Fiyat indeksinde kıyaslanan fiyatlara cari yıl fiyatları, temel fiyatlara ise temel yıl fiyatı denir.

Örnek: Zaman indeksi için; Yıllara göre A malı fiyatları (1000 TL/kg) aşağıdaki gibidir:

Yıl	(1000 TL/kg) Fiyat	İndeks
1995	625	100
1996	1334	213,4
1997	1897	303,5
1998	2973	475,7
1999	4629	740,6

Tablo 3.18: Gözlem sonuçları

Burada 1995 yılı temel yıl olsun. Dolayısıyla 1995 yılı A malı fiyat, temel yıl fiyat olur.1995 yılı indeksi 100 kabul edilir. İndeks formülü ise:

$$\text{İ} = \frac{p_i}{p_o}.100$$ şeklindedir.

Sırasıyla diğer yılların indeksleri şu şekilde bulunur:

$\text{İ}_{96} = \frac{1334}{625}.100 = 213{,}4$ şeklindedir.

1996 yılı, a malı fiyatları, 1995 yılı fiyatlarına göre 213,4 – 100=113,4 yani %113,4 oranında artmıştır.

$$\text{İ}_{97} = \frac{1897}{625}.100 = 303.5$$

$$\text{İ}_{98} = \frac{2973}{625}.100 = 475.7$$

$$\text{İ}_{99} = \frac{4629}{625}.100 = 740.6$$

Görüldüğü gibi 1995 yılı fiyatlarına göre 1997 yılı fiyatları %203,5, 1998 yılı fiyatları % 375,7 ve 1999 yılı fiyatları ise %640,6 oranında artış göstermiştir.

Örnek:yer serileri indeksi için; 1995 yılında çeşitli ülkelerdeki turizm gelirleri (milyon dolar) aşağıda verilmiştir.

Ülkeler	Pi Turizm Geliri (Milyon doları)	İndeks
ABD	61	272,6
Almanya	12	53,6
Fransa	28	125,1
İngiltere	19	84,9
İspanya	25	111,7
İtalya	27	120,6
Japonya	3	13,4
Yunanistan	4	17,9
	179	

Tablo 3.19: Gözlem sonuçları

Burada yapılacak ilk işlem, 8 ülkeye ilişkin ortalama turizm gelirini bulmaktır. Fiyatlar toplamı 179 veri sayısına (8'e) bölünür.

P $= \frac{\sum P_i}{n} = \frac{(179)}{8} = 22.38$ milyar dolardır.

Bulunan bu ortalama fiyat, temel fiyat (Po) olarak alınır. Ülkelere ilişkin fiyatlar ise cari fiyatlardır. Cari fiyatların temel fiyatlara oranı ise indeksin sonucunu verir. Sonuç % olarak ifade edildiği için 100 kat büyütülür.

ABD' ye ait indeks

$$İ= \frac{p_1}{p_o}.100 = \frac{61}{22,38}.100 = 267,5 tir.$$

Diğer ülkeler içinde indeks aynı şekilde hesaplanır.

3.3.1. Zaman İndeksi ve Türleri

- Basit indeks
- Bileşik indeks
  - Bileşik tartısız indeks
  - Bileşik tartılı indeks

UYGULAMA FAALİYETİ

➢ Tablo 3.2'deki ayarlanmış frekans tablosunu oluşturunuz	➢ Tablo 3.1'e bakarak sınıf aralıklarını tespit ediniz ve ayarlanmış frekansları bulmak için frekansları sınıf aralığına bölerek bu tabloyu oluşturabilirsiniz.
➢ Tablo 3.2 için histogram oluşturunuz.	➢ Eşit aralıklı bir histogramdır bu çizdiğiniz histogram şekil 3,1'dekine benziyor mu?
➢ Tablo 3.3 teki gözlem sonuçlarından faydalanarak frekans tablosunu ve histogramı oluşturunuz.	➢ Farklı büyüklükteki histogram Şekil 3,2'dekine benziyor mu?
➢ Tablo 3.5 teki gözlem sonuçlarından yararlanarak frekans tablosunu ve frekans poligonunu çiziniz.	➢ Grup orta değerlerini bulmak için grup sayılarının toplamı 2'ye bölünür. H sınıf aralığının 5 olduğunu görüyorsunuz tablodan ve f/h bulmak için frekansı sınıf aralığına bölüyoruz. Grafik çizerken bu verilere dikkat ediyoruz ve çizdiğiniz grafik Şekil 3.3'e benziyor mu?
➢ Şekil 3.4'teki …den az ve … den çok eğrisini çiziniz.	➢ Grafik değerini 100 ile başlatıp 100 ile bitiriyoruz. Bireylerin sahip olduğu kiloyu bulmak için y ekseninden x eksenine bir paralel çiziyoruz ve y ekseninden x eksenine bir dikme çıkıyoruz. "O" noktasından paralel ve dikmelerin kesiştiği noktaları birleştiriniz ve …den az eğrisine ulaşınız. X ekseninden 100 den yukarıya doğru yine paralel ve dikmelerin kesiştiği noktaları bir çizgi ile birleştirerek …den fazla eğrisini oluşturunuz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Ölçme Soruları

Bu faaliyet sonucunda hangi bilgileri kazandığınızı, aşağıdaki soruları cevaplayarak belirleyiniz.

Üsküdar – Eminönü seferini yapan bir vapurda bir günlük seferde taşınmış yolcuların sayısı şöyledir:

Xi = 50 50 60 70 60 50 90 100 80 110

1. Aritmetik ortalaması aşağıdakilerden hangisidir?
   A) 67
   B) 65
   C) 77
   D) 75

2. Yukarıdaki örneğin modu aşağıdakilerden hangisidir?
   A) 110
   B) 100
   C) 70
   D) 50

3. Yukarıdaki örneğin medyanı (ortancası) aşağıdakilerden hangisidir?
   A) 60
   B) 55
   C) 45
   D) 70

Aşağıdaki seride 215 çalışanın gelirleri gösterilmiştir.

Gelir	Çalışan Sayısı
15 – 19	30
19 – 23	40
23 – 27	25
27 – 31	50
31 – 35	40
35 - 39	30
	215

4. Yukarıdaki serinin aritmetik ortalaması aşağıdakilerden hangisidir?
   A) 30
   B) 35
   C) 27
   D) 32

5. Yukarıdaki serinin Mod'u aşağıdakilerden hangisidir?
   A) 29,8
   B) 30.8
   C) 28.8
   D) 27.9

Aşağıdaki seride yıllar itibariyle yumurta fiyatları(tl/adet) olarak verilmiştir.

Yıllar	Fiyat
1984	19
1985	26
1986	32
1987	53
1988	81
1989	142

6. Yumurta fiyatlarına ait 1988 yılı basit endeksi aşağıdakilerden hangisidir?
   A) 152,8
   B) 165,6
   C) 123
   D) 98,6

Değerlendirme

Cevaplarınızı modülün sonundaki cevap anahtarı ile karşılaştırınız. Doğru cevap sayınızı belirleyerek kendinizi değerlendiriniz. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt yaşadığınız sorularla ilgili konuları faaliyete dönerek tekrar inceleyiniz.

Tüm sorulara doğru cevap verdiyseniz diğer faaliyete geçiniz.

Performans Değerlendirme

Değerlendirme Kriterleri	Evet	Hayır
➢ Tablo 3.1’den yola çıkarak ayarlanmış frekans tablosunu düzenlediniz mi?		
➢ Ayarlanmış frekans tablosunun histogramını çizdiniz mi?		
➢ Tablo 3.5’ten yararlanarak ayarlanmış frekans tablosunu düzenlediniz mi?		
➢ Tablo 3.6 frekans poligonunu çizdiniz mi?		
➢ Şekil 3.4’teki 15. öğrencinin kilosunu buldunuz mu?		
➢ Tablo 3,7 deki bilgilere göre aritmetik ortalamayı buldunuz mu?		
➢ Tablo 3.8’deki bilgiler den yararlanarak O.A.O’sını buldunuz mu?		
➢ Tablo 3.13‘teki bilgilerden faydalanarak ortancayı buldunuz mu?		
➢ Tablo 3.14’teki seri bilgilerin i kullanarak serini modunu buldunuz mu?		

Değerlendirme

Sorulara verdiğiniz yanıtları modül sonundaki cevap anahtarıyla karşılaştırınız.
Bu faaliyet kapsamında hangi bilgileri kazandığınızı belirleyiniz.

Yanlış cevaplandırdığınız sorularla ilgili konuları tekrar inceleyip öğrenmeye çalışınız.

Tüm sorulara doğru cevap verdiyseniz diğer öğrenme faaliyetine geçebilirsiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-4

AMAÇ

Pazarlama alanında ürün ile ilgili yapılacak araştırmalarda istatistik analiz yöntemlerini kullanarak araştırılan ürün ile ilgili tahminlerde bulunup satacağımız ürünün piyasadaki durumuna ve gelecekte pazarlayacağımız ürünün durumu konusunda bilgilere ulaşabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Bu faaliyet öncesinde yapmanız gereken öncelikli araştırmalar şunlardır:
- Şirketlerin kullanmış oldukları istatistiki analiz yöntemlerini araştırınız ve gazetelerdeki verileri yorumlayarak elde ettiğiniz sonuçları sınıfta arkadaşlarınızla paylaşınız.

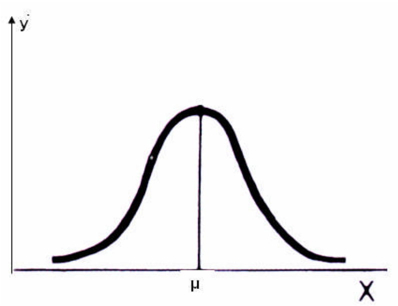
3. TOPLANAN BİLGİLERDEN SONUÇ ÇIKARMA

3.1. Normal Bilgilerin Hazırlanması ve Değerlendirilmesi

Serilerin dağılımları hakkında genel olarak fikir sahibi olmak için normal eğrilerin çizilmesi gerekir. Grup aralıkları sıfıra yaklaştığında histogram çizilirse, histogramdaki sütunlar çizgi halini alır. Bu çizgilerin tepe noktaları birleştiğinde bir eğri ortaya çıkar. Bu eğri şu biçimde elde edilir: Dağılımın frekans poligonu çizilir. Çizilen frekans poligonu tesviye edilirse, eğri ortaya çıkar. Ortaya çıkan eğri, dağılım hakkında bilgi verir.

Karşılaşılabilecek bazı eğri tipleri şunlardır.

3.1.1. Çan Eğrisi



Grafik 4.1: Çan eğrisi

Çan eğrisi, normal dağılım eğrisi olup simetrik bir eğridir. Bu tip eğriye sahip dağılımlarda bireylerin yarısı aritmetik ortalamanın altında; diğer yarısı ise aritmetik ortalamanın üstünde değer alır. Her iki taraftaki bireylerin dağılımı simetriktir.

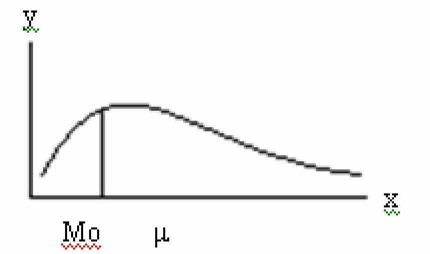
Çan eğrisinin bir diğer adı Gaus eğrisidir. Çan eğrisini veren dağılımlarda aritmetik ortalama, mod ve ortanca değerleri birbirine eşittir. Yani:

$\mu = M_o = Or$'dir

Örneğin; bir sınıftaki öğrencilerin X dersi sınav notlarına ilişkin grafik çizilir ve gerekli işlemler yapılır. Sonuçta oluşan eğri çan eğrisi biçiminde olursa; bu gruptaki öğrencilerin X dersinden almış oldukları notların dağılımı simetriktir. Aritmetik ortalamanın altında ve üstündeki notlar dengeli dağılmış demektir. Aynı zamanda başarı ortalaması m, M_o ve Or cinsinden aynıdır.

3.1.1.1. Yatık Eğriler

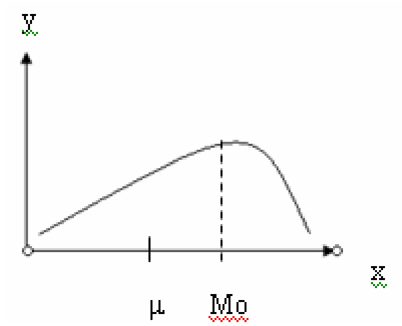
- Sağa yatık eğri



Grafik 4.2: Sağa yatık eğri

Bu tip eğriye sahip dağılımlara sağa yatık dağılımlar denir. Böylece dağılımlarda aritmetik ortalama, mod değerden büyüktür. Bireylerin çoğunluğu, mod cinsinden ortalama değerden yüksek değer alır.

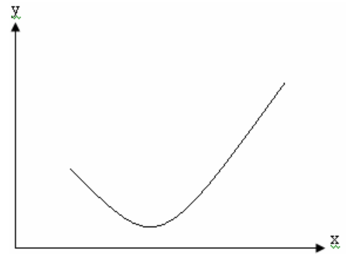
- Sola yatık eğriler



Grafik 4.3: Sola yatık eğri

Bu tip eğriye sahip dağılımlara da sola yatık dağılımlar denir. Sola yatık dağılımlarda aritmetik ortalama, mod cinsinden ortalama değerden küçüktür. Bireylerin çoğunluğu, mod değerden daha küçük değerler alır.

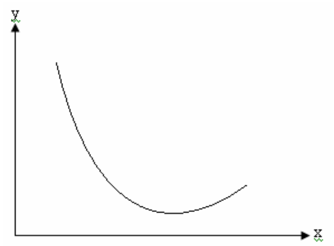
- J Tipi eğriler



Grafik 4.4: J tipi eğriler

J harfine benzediği için bu ad verilmiştir. Bu eğriye sahip dağılımlarda bireylerin çoğunluğu, yüksek değer olan gruplarda bulunur.

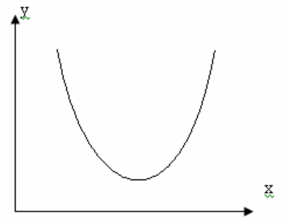
- Ters J ipi eğriler



Grafik 4.5 :J tipi ters eğriler

Biçim olarak J harfinin tersine benzediği için ters J tipi eğri diye adlandırılır. Bu eğriye sahip dağılımlarda ilk gruplar (küçük değerli gruplar) da yoğunluk fazladır. Takip eden gruplara geçerken birey sayılarında yoğun düşüş vardır.

- U tipi eğrile



Grafik 4.6: U tipi eğriler

Biçim olarak U harfine benzediği için U tipi eğri denir. Bu eğriye sahip dağılımlarda simetrik dağlımlar grubuna girer. Bireylerin çoğunluğu, ilk ve son gruplardadır. Aradaki gruplarda ise fazla birey yoktur.

3.2. Standart Sapma ve Değişim Katsayısı

Serilerin dağılımı hakkında bilgi veren en öneli mutlak dağılma ölçüsüdür. Rakamla belirtilen hemen hemen her seriye uygulanabilir. Standart sapma sonucunun küçük çıkması, serideki değerlerin birbirine yakın dağıldığını gösterir. Hesaplanma biçimi, gruplanmamış ve gruplanmış serilerde ayrı ayrı işlenecektir.

Serilerin incelenmesinde ve karşılaştırılmasında ortalamalar gerekli bir ölçü olmakla beraber, yeterli değildir. Çünkü ortalamalı eşit olan seriler bile çoğu zaman yapı bakımından birbirinin aynı değildir.

Dağılma; bir serideki birimlerin değer bakımından birbirlerinden ya da ortalamadan farklılıklarını, değere nasıl dağıldıklarını ve değiştiklerini ifade eder. Ortalamanın temsil yeteneği ile dağılma arasında ters bir orantı vardır. Dağılma fazlalaştıkça ortalamanın temsil yeteneği düşer; dağılma azaldıkça ortalamanın temsil yeteneği artar.

3.2.1. Standart Sapmanın Hesaplanması

3.2.1.1. Gruplanmamış Serilerde Standart Sapmanın Hesaplanması

Terimlerin aritmetik ortalamadan farklarının karelerinin aritmetik ortalamasına varyans denir. Varyansın kareköküne ise standart sapma denir.

Sembol olarak Yunan alfabesindeki küçük sigma (s) ya da S harfi ile gösterilir.

- Yığına ilişkin varyans formülü

Bir seride terim değerleri $X_1, X_2, X_3 \ldots X_n$ ve terim sayısı da ne ise;

Varyans $\sigma^2 = \dfrac{\Sigma(X_i - \mu)^2}{N}$ i ya da

$X_i - \mu = x$ olduğuna göre ; $\sigma^2 = \dfrac{\Sigma x^2}{N}$, dir.

Varyansın karekökü ise standart sapma olduğuna göre;

Standart sapma; $\sigma^2 = \sqrt{\dfrac{\Sigma(X_i - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\dfrac{\Sigma x^2}{N}}$, dir.

- Örneğe ilişkin varyans formülü

$S^2 = \dfrac{\Sigma(X_i - \overline{X})^2}{n-1}$, dir.

Standart sapma ise varyansın kareköküdür. Yani,

$S = \dfrac{\Sigma(X_i - \overline{X})^2}{n-1} = \sqrt{\dfrac{\Sigma x^2}{n-1}}$, dir.

Örnek: 9 öğrencinin sınav notları (puan) aşağıdaki gibidir:

(Puan) X_i	**$(X_i - \overline{X})$**	**$(Xi - \overline{X})^2 = x2$**
45	-16	256
73	12	144
88	27	729
63	2	4
12	-49	2401
94	33	1089
52	-9	81
63	2	4
59	-2	4
549		**4712**

Tablo 4.1: Gözlem sonuçları

Aritmetik ortalama : 7 = $\frac{549}{9} = 61$

Varyans : $S^2 = \frac{\Sigma x^2}{n-1} = \frac{4712}{9-1} = 589$

Standart sapma;

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{4712}{9-1}} = \sqrt{589} = 24{,}3 \text{ puan}$$

Standart sapmanın hesaplanmasındaki aşamalar aşağıda belirtildiği gibi sıralanabilir:

- Serinin aritmetik ortalaması bulunur.
- Serideki değerlerin aritmetik ortalamadan farkları ($X_i - \overline{X}$) cebirsel olarak alınır.
- Cebirsel farkların kareleri alınır $(X_i - \overline{X})^2$.
- Kareler toplanır $\Sigma(X_i - \overline{X})^2$.
- Kareler toplamı (4712) terim sayısı -1'e yani, n-1'e bölünerek varyans (S^2) bulunur.
- Varyansın karekökü alınarak standart sapma,

S=24,3 puan bulunur.

3.2.1.2. Gruplanmış Serilerde Standart Sapmanın Hesaplanması

Gruplanmış serilerde standart sapmanın hesabında çeşitli metotlar uygulanır. Metotların hepsi de örnek aynı olduğunda aynı sonucu verir. Bu metotların sırayla incelenmesi:

Genel metot

Gruplanmış bir seride grup orta değerleri X_1, X_2, X_3, ………..X_k ve frekansları f_1, f_2,…..f_k ise,

Varyans;

$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i (X_i - \mu)^2}{N}$ 'dir.[(1)]

(1) s^2, yığına ilişkin varyans formülüdür. Örneğe ilişkin varyans formülü S^2ise ; kesrin paydasına n-1 yazılarak bulunur.

Varyansın karekökü ($\sqrt{\sigma^2}$) ise standart sapma olduğundan,

Standart sapma

$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i \ (X_i - \mu)^2}{N}}$ biçiminde hesaplanır.

Örnek: Bir okulda kayıtlı bulunan 620 öğrencinin boy uzunlukları dağılımı aşağıdaki gibidir. Buna göre standart sapmanın hesap edilmesi;

(cm) Boy	X_i	f_i	fiX_i	X_i-m	$(X_i-m)^2$	$fi(Xi-m)_2$
140 - 145.9	143	22	3146	-22,5	506,25	11137,50
146 - 151.9	149	38	5662	-16,5	272,25	10345,50
152 - 157.9	155	60	9300	-10,5	110,25	6615,00
158 - 163.9	161	120	19320	-4,5	20,25	2430,00
164 - 169.9	167	220	36740	1,5	2,25	495,00
170 - 175.9	173	73	12629	7,5	56,25	4106,25
176 - 181.9	179	52	9308	13,5	182,25	9477,00
182 - 187.9	185	25	4625	19,5	380,25	9506,25
188 - 193.9	12	10	1910	25,5	650,25	6502,50
		620				**60615**

Tablo 4.2: Gözlem sonuçları

Not: Bu örnekte birey sayısı yeterince büyük olduğu için (620 kişi) yığına ilişkin varyans formülü uygulanacaktır.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f_i \ (X_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\mu = \frac{\Sigma f_i X_i}{N} = \frac{102.640}{620} = 165{,}5cm$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{60615}{620}} = \sqrt{97.76} = 9{,}89 \text{ cm}$$

Standart sapmanın hesaplanmasındaki aşamalar şunlardır:

- Aritmetik ortalama bulunur (μ= 165,5 cm)
- Grup orta değeri (X_i) ile A.O. arasındaki farklar X_i-μ alınır.
- Farkların kareleri alınır $(X_i-\mu)^2$.
- Fark kareleri ilgili frekanslar ile çarpılır $f_i\,(X_i-\mu)^2$.
- Çarpımların toplamı alınarak frekans toplamına bölünür. Böylece varyans (S^2=97.76 cm) bulunur.
- Varyansın karekökü alınarak standart sapma (S= 9.89 cm) bulunur.

3.2.2. Değişim Katsayısı

Standart sapma bir mutlak dağılma ölçüsüdür. Bu ölçü birimleri gözlenen değerlerin ortalama etrafında nasıl dağıldığını tespit etmemize yarar. Eğer verilerde birden çok seri varsa ve bu serileri karşılaştırılması isteniyorsa mutlak dağılma ölçüleri şu iki nedenden dolayı elverişli değildir:

- Mutlak dağılma ölçüleri, serideki değerler cinsinden bir sonuç gösterir. Yani serideki değerler hangi ölçü birimleri ile ifade edilmişlerse mutlak dağılma ölçüleri de o ölçü birimi ile ifade edilir. Örneğin; bir gelir bölünmesinin dağılması Türk Lirası, bir boy bölünmesinin dağılması santimetre, kütle bölünmesininki kilogram, not bölünmesininki puan cinsinden çıkar.

Aralarında birim bakımından cins farkı bulunan bu seriler karşılaştırılamaz.
Örneğin; bir boy serisi ile gelir serisini karşılaştıracak olursak, boy serisinin dağılma ölçüsü santimetre cinsinden, gelir serisininki ise lira cinsinden çıkar. Bu nedenle, bu

Sonuçlara bakarak karşılaştırma yapılamaz.

- Mutlak dağılma ölçülerinin sonucu, serideki değerlerin büyüklüğünün etkisi altındadır. Yani, büyük değerlerden oluşan bir serinin ortalaması ve dağılma ölçüsü büyük; küçük değerlerden oluşan bir serinin ortalaması ve dağılma ölçüsü de küçük çıkar. Bu nedenle, böyle serileri mutlak dağılma ölçülerini ele alarak karşılaştırmak doğru olmaz. Örneğin; koyunlar ile tavukların kütlelerini kilogram birimiyle açıklayan serilerde, koyun kütlelerinin standart sapması, tavukların kütlelerinin kilogram birimiyle açıklayan serilerde, koyun kütlelerinin standart sapması, tavuklarınkinden büyük olacaktır. Buna göre koyunlar serisinin dağılma ölçüsü büyük diye, bu seri için düzensizdir denemez.

Karşılaştırmayı güçleştiren bu nedenlerden dolayı, karşılaştırma için mutlak dağılma ölçüleri pek fayda sağlamaz. Bu nedenle oransal dağılma ölçülerine başvurulur.Sayıları sınırlı olan oransal dağılma ölçülerinden en çok kullanılan değişim katsayısı açıklanacaktır.

Değişim katsayısı(D.K.) K. Pearson (Piırsın)'ın geliştirdiği değişim kat sayısı; bir seriye ilişkin standart sapmanın, o seriye ilişkin aritmetik ortalamaya oranıdır. Sonuç yüzde olarak belirtileceğinden oranlamadan bulunacak değer 100 ile çarpılır.

$$D.K. = \frac{S}{A.O.}.100$$

Böyle oransal bir dağılma ölçüsü ile serileri karşılaştırmak çok daha kolay ve sağlıklı olur. Çünkü dağılma ölçüsünün sonucu serilerin değerleri ne ile ifade edilirse edilsin, yüzde olarak belirtilir. Kuruş, kilogram, lira, santimetre gibi birim belirtilmez. Böylece serilerin değerleri arasındaki cins farkı giderilmiş olur. Bunun yanında, ortalama, bir serideki değerlerin büyüklüğünü temsil ettiğine ve değişim kat sayısı hesaplanırken standart sapma, ortalamaya bölündüğüne göre karşılaştırılan serilerin değerleri arasındaki büyüklük farkı da ortadan kalkar.

3.3. Korelâsyon ve Regresyon

3.3.1. Korelâsyon

En az iki değişken arasındaki ilişkinin incelenmesine korelasyon denir. Bu tanıma göre korelasyon; iki değişken arasında olabileceği gibi ikiden çok değişken arasında da olabilir.

İki değişken arasındaki korelasyon doğrusal olabileceği gibi eğrisel de olabilir.
İkiden çok değişken arasındaki korelasyona ise çoklu korelasyon denir.
Bu bölümde iki değişken arasında mevcut olan doğrusal korelasyon ele alınacaktır.

Korelasyon en az iki değişken arasındaki ilişki olduğuna göre bu konu birkaç örnek üzerinde açıklanabilir. Örneğin; kişilerin boyları ve kütleleri, kişilerin gelirleri ve giderleri gibi…

Bu örneklerde iki değişken vardı. Bu değişkenlerden biri bağımsız değişken (Xi), diğeri ise bağımlı değişken (Yi) dir.

İkiden fazla değişken arasındaki ilişki şöyle örnekle açıklanabilir. Mesela tarladan fazla verim elde etmek için gübre vermek gerekir ve yağmurun yağması, tarla sahibinin tarlayı sürmesi işlemesi, tarlanın durumu, tarım yaparken kullandığımız araç-gereçler, aletler vb. ilişki vardır. Yani verim bunlara bağlıdır. Burada verim bağlı değişkendi. Diğerleri ise bağımsız değişkendir. Bu değişkenler arasındaki ilişkiye çoklu korelasyon denir.

Değişkenler arasındaki ilişkinin derecesini gösteren kat sayıya korelasyon kat sayısı denir. Korelasyon kat sayısının sembolü “r” dir.

Korelasyon kat sayısı daima +1 ile -1 arasındadır. Kat sayının 0 (sıfır) çıkması değişkenler arasında ilişkinin olmadığını gösterir.

Yani kat sayı pozitif (+;9 çıkabileceği gibi negatif (-) de çıkabilir. Aynı zamanda (sıfır) “0” da çıkabilir.

Serilerdeki değişme aynı yönde ise kat sayı pozitif (+) çıkar. Birlikte değişme ters yönde ise yani; değişkenlerin biri artarken diğeri azalıyorsa kat sayı negatif çıkar. Örneğin, arz ve talep arasındaki ilişki gibi.

Korelâsyon kat sayısının pozitif çıkması, değişkenler arasındaki ilişkinin doğru yönde olduğunu, negatif çıkması ise ilişkinin ters yönde olduğunu gösterir.

Xi	Yi
7	10
15	18
19	20
23	35

Yandaki seride kat sayı (r) + (pozitif) çıkar; çünkü; birlikte değişme aynı yöndedir.

Tablo 4.3: Gözlem sonuçları

Xi	Yi
15	80
20	50
30	40
50	30
65	15

Yandaki seride kat sayı (r) – (negatif) çıkar; çünkü, birlikte değişme ters yöndedir.

Tablo 4.4: Gözlem sonuçları

Xi	Yi
5	20
20	20
10	20
70	20
40	20

Yandaki seride katsayı (r) 0 (sıfır) çıkar; çünkü serilerin biri diğerlerinden etkilenmemektedir. Yani aralarında ilişki yoktur.

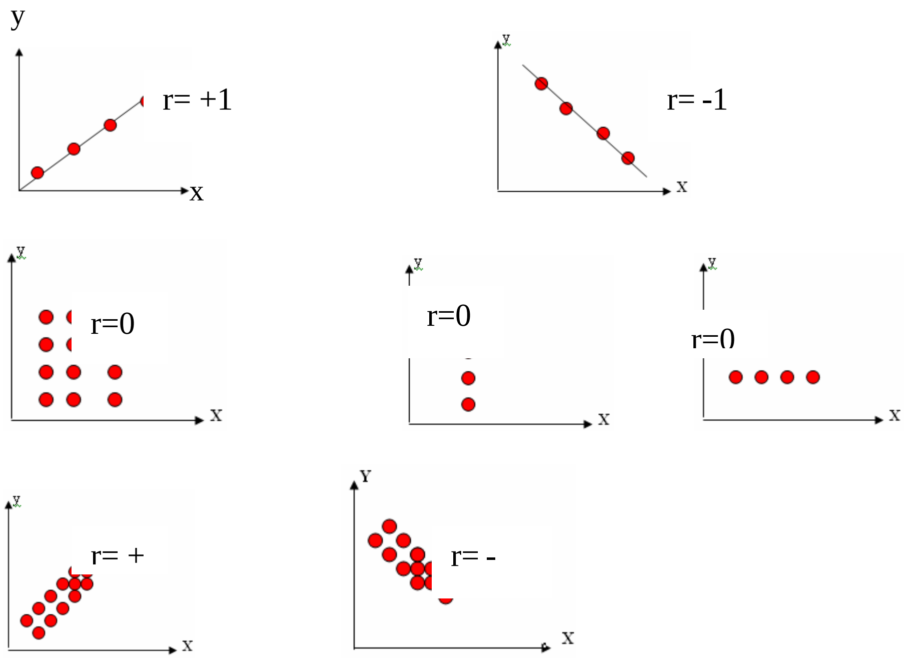
Tablo 4.5: Gözlem sonuçları

Bir başka önemli nokta da aralarında mantıksal ilişki olmayan seriler için korelasyon kat sayısı hesap edilmemelidir. Çünkü bilindiği gibi sonuç sıfır (0) çıkacaktır. Böyle bir uygulama yapılır da sonuç $\pm$ 1 çıkarsa bu sonuç rasgele bulunmuş bir sonucun hiçbir anlamı yoktur.

3.3.2. Serpme Diyagram

Serpme diyagram iki değişken arasındaki ilişkinin ne yönde ve ne derecede olduğunu genel hatlarıyla belirler.

Serpme diyagramdaki noktalar gövdenin sol alt köşesinden sağ üst köşesine doğru seyrediyor ve tamamı bir doğru üzerinde ise r= +1 çıkar sol üst köşesinden sağ alt köşesine doğru seyrediyor ve tamamı bir doğru üzerinde ise r=-1 çıkar bunun dışında çıkan geometrik şekiller ve diğer durumlarda r= 0 çıkar.



Grafik 4.1: Serpme diyagram

Korelasyon kat sayısının hesaplanma sı(r)

İki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin ölçülerinden biri korelasyon katsayısıdır. İki değişken arasındaki ilişki incelenirken birçok durumda değişkenlerden hangisinin bağımlı, hangisinin bağımsız değişken olduğu bilinmez. Örneğin; insanların boyları ile ağırlıkları arasındaki ilişkide, boyun mu ağırlığa bağlı olarak değiştiği yoksa ağırlığın mı boya bağlı olarak değiştiği bilinemez. Ancak aralarındaki ilişki olduğu bir gerçektir. Bu gibi durumlarda ilişkinin incelenmesinde korelasyon kat sayısı kullanılır.

$$r=\frac{\Sigma(X_i-\overline{X})(Y_i-\overline{Y})}{N.S_x.S_y}$$

X_i : Bağımsız değişken değerlerini
$\overline{X}$: Bağımsız değişkenin aritmetik ortalamasını
Y_i : Bağımlı değişken değerlerini
$\overline{Y}$: Bağımlı değişkenin aritmetik ortalamasını
N : Çiftleşen değişken sayısını

$$S_x = \sqrt{\frac{\Sigma(X_i - X)^2}{N}}$$

S_Y Bağımlı değişken

$$S_Y = \sqrt{\frac{\Sigma(Y_i - Y)^2}{N}}$$

Eğer ,

$X_i - \overline{X} = x$

$Y_i - \overline{Y} = y$ denilirse formül şöyle olur:

$$r = \frac{\Sigma xy}{N.S_x.S_y}$$

Korelâsyon kat sayısını hesaplamadan önce kovanyansı (birlikte değişme) hesaplamak gerekir. Kovaryans, korelasyon kat sayısı formülünün payında yer alan çarpım değerlerinin ortalamasıdır Kovaryans formülü:

$$Cov(XY) = \frac{\Sigma(X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{N} \text{ ‘dir.}$$

Kovaryans değerinin büyüklüğü, iki değişken arasındaki korelâsyonun şiddetini gösterir. Eğer kovaryans küçük ise iki değişken arasındaki ilişki de az çıkacaktır.

Kovaryansın işareti korelasyon kat sayısının işareti ile aynı olur. Korelâsyon kat sayısının sonucu, metre, kilogram, ton, lira, kuruş vb. ölçü birimleri ile ifade edilmeyen soyut bir kat sayıdır. Korelâsyon kat sayısının önündeki işaret ise değişkenler arasındaki ilişkinin hangi yönde olduğunu gösterir.

Xi Ailedeki birey sayısı	Yi Ekmek tüketimi kg	Xi- $\bar{X}$	Yi- $\bar{Y}$	(Xi- $\bar{X}$) (Yİ- $\bar{Y}$)	(Xi- $\bar{X}$)2	(Yİ- $\bar{Y}$)2
2	42	-2	-14	28	4	196
6	78	2	22	44	4	484
4	66	0	10	0	0	100
5	50	1	-6	-6	1	36
4	60	0	0	0	0	16
3	40	-1	-16	16	1	256
24	336			82	10	1088

Tablo 4.6: Ailelerdeki birey sayısı ve aylık ekmek tüketimi (kg)

Eğer yukarıdaki tablonun serpme diyagramını çizmek istersek karşımıza sol alt köşeden sağ üst köşeye doğru noktaların seyrettiğini göreceksiniz. Bu da korelasyon katsayısının + pozitif olduğu anlamına gelir.

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X_i}{n} = \frac{24}{6} = 4 \text{ kişi}$$

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma Y_i}{n} = \frac{336}{6} = 56 \text{ kg}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{10}{6}} = 1{,}29$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1088}{6}} = 13.47$$

Bulunan bu değerler Formül 1'de yerine konulduğunda korelasyon kat sayısı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$r = \frac{\Sigma(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{N.S_x.S_y} = \frac{82}{6.1{,}29.13{,}47} = \frac{82}{104.26} = +0.79$$

Yorumu, Değişkenler arasında doğru yönde ve kuvvetli bir ilişki vardır.

3.3.3. Regresyon

Regresyon en az iki değişken arasındaki ilişkinin denklem ile ifadesidir. Eğer değişkenler arasındaki ilişki, denklem ile ifade edilebilirse bilinen değişken değerler yardımıyla bilinmeyen değişken değerler tahmin edilir.

Doğrusal regresyon konumuzda incelenecektir. Denklemi:
$Y_i = a + b X_i$ şeklindedir.

Bu denkleme de a ve b sabittir. Yi, bağımlı değişken değeri, Xi ise bağımsız değişken değeridir. A sabiti doğrunun Y eksenine kestiği noktayı; b sabiti ise doğrunun eğimini gösterir. Bu da doğrunun, X ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının tanjantıdır.

b sayısı ile korelasyon kat sayısı arasındaki ilişki
r > 0 ise b >0' dır.
r < 0 ise b <0' dır.
r = 0 ise b = 0' dır.
r = + 1 ise b= + 1' dir.

b > 1 ise bağımsız değişkende gözlenecek bir birimlik değişmeye karşılık, bağımlı değişkende gözlenecek değişimin miktarı bir birimden fazladır.

b < 1 ise; bağımsız değişkende gözlenecek bir birimlik değişmeye karşılık, bağımlı değişkende gözlenecek değişmenin miktarı bir birimden azdır.

Regresyon denklemi yardımıyla tahmin edilen bağımlı değişken değerler, kesin olmayıp tahmini değerlerdir. Bu nedenle her tahminin bir hata sapması olabileceği söylenebilir. Bu hataya, tahminin standart hatası denir.

Bağımlı değişkenin bağımsız değişkene hangi oranda bağlı olduğunu gösteren kat sayıya determinasyon katsayısı denir.

3.4 .Trent Hesaplanması ve Ekonomik Olaylara Uygulanması

Zaman serisinin analizinde yapılacak en önemli işlem trendi saptamaktır. Aynı olayın bir zaman süresi içerisinde peş peşe gözlemlenmesinden meydana gelen seriye zaman serisi denir. Zaman serisi ekonomik olabileceği gibi tıbbi, sosyolojik, meteorolojik vb. alanlarda da olabilir.

Bir zaman serisi şu dört etkenin ve bunlardaki değişmenin ortak bir sonucudur:

- Yapısı etkenler (trent) (T)
- Mevsimlik dalgalanmalar (M)
- Monjonktürel etkenler (K)
- Tesadüfî etkenler (R)

Zaman serisinin Y ile gösterilen gerçek kıymetleri, yukarıda belirtilen 4 öğenin çarpımından Y=T x M x K x R oluşur.

Burada Y, tüm zaman serisini temsil eder. Zaman serileri için birbirinin aynı olduğu söylenemez. Örneğin; odun tüketimine ilişkin zaman serisi ile çikolata örnek tüketimine ilişkin zaman serisi aynı dalgalanmayı vermez.

Olayın bağlı olduğu temel nedenler, olaya belirli bir yön verir. İşte buna yapısal etken veya trent denir. Trendin hesaplaması birden çok yöntemle yapılabilir.

3.4.1. Doğrusal Trend

Bir doğru denklemi, Y= a + b X biçimindedir. Aynı denklem, doğrusal trent denklemi olarak kullanılacaktır. X bağımsız değişken değeri olarak "zamanı", Y ise bağımlı değişken değeri olarak zaman içindeki değişmeleri gösterecektir. a ve b sabiti doğrunun Y eksenini kestiği noktayı, b sabiti ise doğrunun eğimini verir.

E.K.K.M. yardımıyla a ve b sabiti bulunduktan sonra Y = a + b X doğru denkleminden yerine konularak trent denklemi elde edilmiş olacaktır. Böylece, bu denklem yardımıyla tahmin yapılacaktır.

E.K.K.M. yardımıyla trent denklemi $Y_c = a + b X_i$ birkaç yol ile bulunur. Konumuz içerisinde kısa yol verilecektir.

Örnek;

Yıl	X_i	Otobüs sayıları (bin) Y_i	X_iY_i	X_i^2
1991	0	69	0	0
1992	1	76	76	1
1993	2	84	168	4
1994	3	88	264	9
1995	4	90	360	16
1996	5	95	475	25
1997	6	102	612	36
1998	7	108	756	49
	28	**712**	**2711**	**140**

Tablo 4.7: Doğrusal trent için gerekli değerlerin hesaplanışı

Ama biz kısa yol ile yapacağımız için bu tabloyu aşağıdaki şekilde yapmamız gerekiyor. Bunun için otobüs sayıları veri sayısı tek sayıya düşürülüyor.

Yıl	X_i	Otobü sayıları (bin) Y_i	X_iY_i	X_i^2
1991	-3	69	-207	9
1992	-2	76	-152	4
1993	-1	84	-84	1
1994	0	88	0	0
1995	1	90	90	1
1996	2	95	190	4
1997	3	102	306	9
	28	**604**	**143**	**28**

Tablo 4.8: Kısa yol ile doğrusal trent için gerekli değerlerin hesaplanışı

Yukarıda görüldüğü gibi başlangıç yılı tam ortadaki yıldır. O nedenle tam ortadaki yılın X_i değerleri aralığı +1 olan bir aritmetik dizi oluşturulacak biçimde ayarlanır. $\Sigma X_i = 0$ olacağından, iki normal denklem şöyle olur:

$$\Sigma Y_i = na$$
$$\underline{\Sigma X_i Y_i} = \underline{b\Sigma X_i^2}$$

Bu denklemlerden a ve b'nin değerlerini veren formüller ise şöyle bulunur:

$$a = \frac{\Sigma Y_i}{n}$$

$$b = \frac{\Sigma X_i Y_i}{\Sigma X_i^{2}}\text{'dir.}$$

Çözüm:

$$a = \frac{604}{7} = 86.3 \qquad b = \frac{143}{28} = 5{,}1$$

Doğrusal trent denklemi ise;
$Y_c = 86{,}3 + 5{,}1\ X_i$ (1994 yılı başlangıç)

Örnek: 2001 yılında kaç otobüs olacaktır?
$Y_c = 86{,}3 + 5{,}1\ (7)$
$Y_c = 122$
2001 yılında 122 000 otobüs olacaktır.

UYGULAMA FAALİYETİ

➢ Şekil 4,1'deki çan eğrisini çiziniz.	➢ Şekil 4.1'deki eğriye bakarak çan eğrisini çizmeye çalışınız.
➢ Tablo 4,1'deki gözlem sonuçlarından yararlanarak aritmetik ortalamayı bulunuz.	➢ Aritmetik ortalama formülüne rakamları yerleştiriniz ve sonucu bulunuz.
➢ Tablo 4,1'deki gözlem sonuçlarından yararlanarak serinin varyansını bulunuz.	➢ Gözlem sonuçlarından bulunan verileri varyans formülüne yerleştiriniz ve sonucu bulunuz.
➢ Tablo 4,1'deki gözlem sonuçlarından yararlanarak serinin standart sapmasını bulunuz.	➢ Standart sapma formülünü vermiştik sadece rakamları verilen formülde yerlerine koyunuz ve sonuca ulaşınız.
➢ Tablo 4,2'deki gözlem sonuçlarından faydalanarak serinin standart sapmasını bulunuz.	➢ Seri incelendiğinde 620 kişiden büyük olduğu için (yani örnek birey sayısı yeterince büyük) yığına ilişkin varyans formülünü uygulayınız. ➢ Rakamları formüldeki yerlerine koyarak serinin standart sapmasını bulunuz.
➢ Tablo 4.3'teki verilerden yararlanarak serpme diyagramı çiziniz.	➢ Çizmiş olduğunuz serpme diyagram sağ alt köşeden başlayıp sağ üst köşeye doğru uzanarak pozitif bir eğri oluşturacaktır.
➢ Tablo 4.6'daki gözlem sonuçlarına bakarak korelasyon katsayısını hesaplayınız.	➢ Korelâsyon kat sayısının formülleri konuda verilmiştir. Bu formüllerden yararlanarak rakamları yerleştiriniz ve korelasyon katsayısını hesaplayınız.
➢ Tablo 4.8 i oluşturunuz.	➢ Tablo 4.7'den yola çıkarak ve otobüs sayılarını teke düşürünüz. 1994 yılını başlangıç yılı olarak alıyoruz. Başlangıç yılını sıfırdan başlatarak Xi değeri aralığı +1 olacak şekilde bir aritmetik dizin oluşturacak şekilde ayarlayınız.
➢ Tablo 4,8'deki verileri kullanarak 2001 yılında ne kadar otobüsün olacağını bulunuz.	➢ Bulduğumuz trent denkleminde (7) rakamını yerleştiriniz, çünkü 2001 yılının Xi değeri 7'dir.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

Ölçme Soruları

Bu faaliyet sonunda hangi bilgileri kazandığınızı, aşağıdaki soruları cevaplayarak.
Xi = 7 10 13 8 30 12 13 20 13

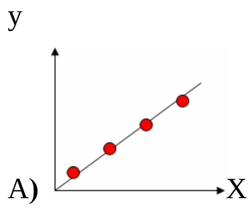
1. Yukarıdaki serinin standart sapmasını hesaplayınız.
   A) 6,7
   B) 6,5
   C) 7,7
   D) 8,3

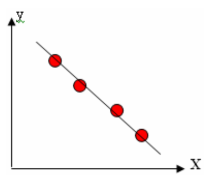
2. Korelasyon katsayısının sınırları aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?
   A) -1 ile -2
   B) +1 ile -1
   C) +1 ile 0
   D) -1 ile 0

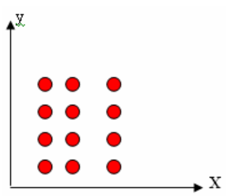
3. Yandaki seride r' nin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
   A) r = -
   B) r = 0
   C) r = +
   D) r = $\pm$1

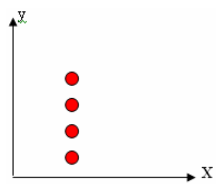
Xi	Yi
10	15
15	25
17	30
25	39

4. r = -1 korelasyonunun serpme diyagramı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 

B) 

C) 

D) 

YILLAR	X_i Nüfus hareketleri	Y_i Çay üretimi
1999	6	2
2000	7	3
2001	8	3
2002	9	4
2003	9	4
2004	10	5
	49	**21**

5. Yukarıdaki serinin korelasyon kat sayısı aşağıdakilerden hangisidir?
   A) 1
   B) 0,40
   C) -1
   D) 0,52

Cevaplarınızı cevap anahtarı ile karşılaştırınız.

Değerlendirme

Cevaplarınızı modülün sonundaki cevap anahtarı ile karşılaştırınız. Doğru cevap sayınızı belirleyerek kendinizi değerlendiriniz. Yanlış cevap verdiğiniz ya da cevap verirken tereddüt yaşadığınız sorularla ilgili konuları faaliyete dönerek tekrar inceleyiniz.

Tüm sorulara doğru cevap verdiyseniz diğer faaliyete geçiniz.

Performans Değerlendirme

Modül ile kazandığınız yeterliği aşağıdaki kriterlere göre değerlendiriniz.

Değerlendirme Kriterleri	Evet	Hayır
➢ Çan eğrisi şekillerini, çizdiniz mi?		
➢ Tablo 4,1'deki gözlem sonuçlarını standart sapma formülünde yerleştirip sonucu buldunuz mu?		
➢ Tablo 4,2'deki seri için yığına ilişkin formülü mü uygulandınız?		
➢ Tablo 4.3'teki gözlem sonuçlarını inceleyip korelasyon kat sayısındaki değişmenin hangi yönde olduğunu bulabildiniz mi?		
➢ Serpme diyagram şekillerini incelediniz mi?		
➢ Tablo 4.6'deki seriden yola çıkarak korelasyon kat sayısını hesapladınız mı?		
➢ Korelasyon kat sayısını yorumlaya bildiniz mi?		
➢ Regresyon ile korelasyon kat sayısı arasındaki ilişkiyi öğrendiniz mi?		
➢ Tablo4.8' deki verilerden yola çıkarak trend denklemini oluşturabildiniz mi?		
➢ Tablo 4.8'deki trend denklemini kullanarak 2001 yılında kaç tane otobüs olacağını hesaplayabildiniz mi?		

Değerlendirme

Uyguladığınız performans testinde;

Aşağıda belirtilen ölçütlere göre kendinizi değerlendiriniz. Eğer sonuca ulaşsaydınız bir sonraki uygulama faaliyetine geçebilirsiniz. Sonucu ulaşamadıysanız uygulama faaliyetini yeniden gözden geçiriniz. Adımların aksayan bölümlerini öğretmeninizle konuşunuz.

MODÜL DEĞERLENDİRME

Bu modül sonunda hangi bilgileri kazandığınızı, aşağıdaki soruları cevaplayarak belirleyiniz.

1. Aşağıdakilerden hangisi yığının korelasyon kat sayısının sembolüdür?

A) ρ
B) s
C) r
D) µ

2. Alanı ile ilgili sınıfın 8 frekansına ve tabanı da ilgili sınıfın aralığına eşit, birbirine bitişik dikdörtgenlerden oluşan bir grafik gösterimine ne ad verilir?

A) Frekans poligonu
B) Histogram
C) Varyans
D) Tablo

3. Ticaret ağırlıklı derslerin okutulduğu bir fakültede muhasebe, istatistik, ticari matematik, bilgisayar, kooperatifçilik alan dersleri verilmektedir. Okulun yönetmeliği gereği verilen tartılar 1,2,3,4,5'tir. Yarı yıl sonunda öğrencinin aldığı notlar sırayla 50, 55, 70, 80, 90 dır. Bu öğrencinin yarı yıl sonu başarı notunun T.A.O olarak hesaplayınız.

A) 63
B) 61
C) 60
D) 62

4. Üçüncü örneğe bakarak öğrencinin aritmetik ortalaması aşağıdakilerden hangisidir?

A) 70
B) 68
C) 71
D) 69

5. Üçüncü sorudaki örneğin varyansı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 280
B) 270
C) 260
D) 300

6. Üçüncü sorudaki örneğin standart sapmasını bulunuz.

A) 16
B) 16.73
C) 16.50
D) 17

Değerlendirme Kriterleri	Evet	Hayır
İstatistiğin tanımı yapabiliyor musunuz?		
İstatistiğin ekonomik açıdan önemini anladınız mı?		
İstatistiğin diğer bilimlerler ilişkisini anladınız mı?		
Ani ve devamlı röleveler arasındaki farkı anlatabilir misiniz?		
Külli ve kısmi röleveleri tanımlayabilir misiniz?		
Birim ve çeşitlerini öğrendiniz mi?		
Tablo 1.1'deki basit diziyi ilkel seriye dönüştürebildiniz mi?		
Tablo 1.2'deki ilkel seriyi Tablo 1.3'teki yoğunlaştırılmış dizi haline getirebildiniz mi?		
Sınıf aralığını belirleyip Tablo 1.4'teki frekans tablosunu oluşturabildiniz mi?		
Tablo 3.2'deki ayarlanmış frekans tablosundan yola çıkarak Şekil 3.1'deki histogramı çizebildiniz mi?		
Tablo 3.4'teki ayarlanmış frekans tablosundan yola çıkarak Şekil 3.2'deki histogramı çizebildiniz mi?		
Şekil 3.4'teki…den az …den çok eğrisini oluşturabildiniz mi?		
Aritmetik ortalama formülünü öğrendiniz mi?		
Tablo 3.9'daki gözlem sonuçlarından faydalanarak aritmetik ortalamayı bulabiliyor musunuz?		
Terim sayısının tek veya çift olması, gruplanmış seri veya gruplanmamış serilerde ortancayı hesaplayabiliyor musunuz?		
Tablo 3.15'teki gözlem sonuçlarından serinin modunu bulabiliyor musunuz?		
İndeks hesaplarını yapabiliyor musunuz?		
Tablo 4.1'deki gözlem sonuçlarından yararlanarak serinin standart sapmasını bulabildiniz mi?		
Tablo 4.1'deki serinin varyansını bulabildiniz mi?		
Korelâsyon sonucunu yorumlayabiliyor musunuz?		
Serpme diyagramı yorumlayabiliyor musunuz?		
Regresyon ile korelasyon arasındaki ilişkiyi biliyor musunuz?		
Tablo 4.8'deki verileri kullanarak verileri Trent denkleminde yerine yerleştirerek 2010 yılında kaç tane otobüs olacağını hesaplayabilir misiniz?		

CEVAP ANAHTARLARI

Öğrenme Faaliyeti 1 Cevap Anahtarı

1	D
2	B
3	B
4	A
5	C

Öğrenme Faaliyeti 2 Cevap Anahtarı

1	C
2	A
3	D
4	B
5	C

Öğrenme Faaliyeti 3 Cevap Anahtarı

1	A
2	D
3	B
4	C
5	A
6	A

Öğrenme Faaliyeti 4 Cevap Anahtarı

1	D
2	B
3	C
4	B
5	D

Modül Değerlendirme'nin Cevap Anahtarı

1	A
2	B
3	D
4	D
5	A
6	B

ÖNERİLEN KAYNAKLAR

- Prof. Dr. ÇİL Burhan, **İstatistik**, Evos Basın Yayın, Ankara ,2002.

KAYNAKÇA

- ÇİL Burhan, **İstatistik**, Evos Basın Yayın, Ankara, 2002.
- ÇİL Burhan, **İstatistik**, Saray matbaacılık, Ankara 2000.
- GEGEZ, A. Ercan, **Pazarlama**, Beta basım A.Ş., İstanbul ,2005.
- GENÇ Hakkı, **Ders Notları**
- GÖCÜKOĞLU Ferhat, **Ders Notları**
- IŞIKLAR Emel, **İstatistik**, Anadolu Üniversitesi Web Ofset Tesisleri, Eskişehir, 2003.
- İKİZ Fikret, Prof. Dr. PÜSKÜLCÜ Halis, Prof. Dr. EREN Şaban, Ege Üniversitesi Basımevi, İzmir ,1996.
- YÜZER Ali Fuat, **İstatistik**, Anadolu Üniversitesi Web Ofset Tesisleri, Eskişehir, 2003.
- Muhammet, **Ders Notları**